

LOGICA NUMERICA

Vamos a presentar en este artículo un *método* que emplea los conjuntos de números para pensar con rigor y seguridad, evitando de este modo la necesidad de utilizar, consciente o inconscientemente, las numerosas y complejas leyes de la Lógica.

No estamos, desde luego, en condiciones de hacer realidad aquel sueño fantástico de LEIBNIZ¹ de aplicar la Matemática a cualquier razonamiento, para poder convertir así las discusiones entre filósofos, difíciles y a veces apasionadas, en un cálculo matemático sencillo y siempre sereno.

Sin embargo, resolveremos en estas páginas complicados razonamientos con un método que cualquier inteligencia media puede usar, si tiene la paciencia de estudiarlo con detenimiento. No empleamos ciertamente la palabra "método" en el sentido de truco o manera ingeniosa de resolver un problema, sino de modelo matemático o estructura lógica que facilita el razonamiento. El desarrollo de estructuras mentales de esta clase son muy valiosas para la inteligencia, pues la superioridad del intelectual o del científico descansa no tanto en sus conocimientos memorísticos, sino especialmente en la habilidad para la aplicación de estructuras ya desarrolladas².

1. G. W. LEIBNIZ, *Opusculæ et fragmenta inædita de Leibniz, extraits de la Bibliothèque Royale de Hanovre*, al cuidado de L. Couturat, Paris, 1903.

2. M. R. COHEN y E. NAGEL, *An Introduction to Logic and Scientific Method*, New York, 1934, p. 392.

En un trabajo anterior, publicado en otro volumen de este ANUARIO FILOSOFICO, hemos empleado también los conjuntos de números para resolver algunos problemas de la Lógica, pero sólo con la intención de dar a conocer los primeros intentos de crear un nuevo lenguaje simbólico, al que llamamos "*lenguaje numérico*"³, que resuelva automáticamente los problemas lógicos sin necesidad de plantearse los y que cumpla las leyes de la Lógica sin necesidad de tenerlas en cuenta. Con un lenguaje así se podrían resolver todos los problemas de la Lógica actual, pues la Lógica moderna se limita en sus formulaciones a la lógica del lenguaje⁴.

Ahora, sin embargo, ya no nos limitaremos a resolver problemas parciales, sino que podemos afrontar la solución de razonamientos completos, porque vamos a resolver el problema, que dejamos intencionadamente para esta publicación, de calcular matemáticamente los verbos; es decir, de encontrar para los verbos un *lenguaje numérico* adecuado⁵.

I. LA LÓGICA DE LOS CONCEPTOS

Un razonamiento puede considerarse como una relación entre proposiciones⁶. A su vez las proposiciones se pueden considerar o como partes indivisibles —partículas elemen-

3. J. ROSSELLÓ, *Cálculo numérico del pensamiento*, ANUARIO FILOSOFICO, volumen VII, 1974, p. 378.

4. B. JUHOS, *Elemente der neuen Logik*, Frankfurt, 1954, p. 14.

5. J. ROSSELLÓ, *Op. cit.*, p. 412.

6. Usaremos intencionadamente algunas expresiones ambiguas, como en este caso que decimos "puede considerarse como" en vez de decir taxativamente "es", no por falta de interés por el rigor y la precisión, sino todo lo contrario, porque deseamos que el lector no vea consideraciones filosóficas o profundidades metafísicas que sería ilógico buscar en un lenguaje que pretende simplemente exponer un método, que es algo necesariamente instrumental. Toda la Lógica matemática tiene ese carácter instrumental y gracias a eso puede prestar sus servicios a cualquier escuela filosófica. El reconocimiento de sus limitaciones la hace más útil y más universal.

tales o atómicas⁷— de los razonamientos o como estructuras que relacionan conceptos, siendo entonces los conceptos las partículas elementales.

En el primer caso se obtiene la llamada “Lógica de proposiciones”⁸, que veremos en la segunda parte de este trabajo. En el segundo caso se tiene la llamada “Lógica de conceptos” o “Álgebra Booleana”⁹, que vamos a tratar en esta primera parte.

1. EL RAZONAMIENTO LLAMADO “EQUIVALENCIA”.

1.1. Estructura lógica de la proposición simple.

Toda proposición o es simple o está compuesta de proposiciones simples.

La proposición simple se puede considerar como una relación entre dos conceptos unidos por el verbo “ser” o “estar”. También se emplean otros verbos que los sustituyen con más elegancia, ya que no requieren de predicativo, pues es una regla estilística evitar el abuso de sustantivos¹⁰.

A los conceptos se les llama términos y uno hace de sujeto y otro de predicativo.

1.2. Escritura numérica de la proposición simple.

Es esencial para la Lógica matemática el uso de símbolos en vez de palabras. Los símbolos son arbitrarios; es decir, no vienen impuestos ni por la realidad ni por la estructura del pensamiento. Es más, los símbolos que usa la Lógica ni siquiera tienen un significado real, pues precisamente para poder estudiar la estructura lógica de un

7. J. FERRATER MORA y H. LEBLANC, *Lógica Matemática*, México, 1967, p. 24.

8. R. CARNAP, *Logische syntax der Sprache*, Wien, 1934.

9. G. BOOLE, *The mathematical Analysis of Logic*, London/Cambridge, 1847.

10. L. REINERS, *Stilkunst*, München, 1953, p. 113.

lenguaje es necesario prescindir de sus significaciones lingüísticas particulares¹¹.

Sin embargo, de una buena elección de los símbolos depende todo el futuro de la Lógica que con ellos se construya. Los símbolos que hemos escogido se prestan enormemente para el cálculo, pues se trata de los números naturales¹².

Cualesquiera que sean los símbolos escogidos se necesita siempre de unas reglas de formación que precisen qué símbolos se deben usar y cómo se deben ordenar¹³. En el *lenguaje numérico* damos las reglas de formación en cada caso bajo el título de "*escritura numérica*".

La *escritura numérica* de la proposición simple se obtiene traduciendo las palabras del lenguaje corriente por números según el siguiente vocabulario: los términos, cualesquiera que sean, se traducen siempre por los números "1" y "2" en el mismo orden que figuran en la frase, y el verbo "ser" o "estar" se traduce por el conjunto de los números "1" y "3" encerrado entre barras¹⁴. Se suelen separar con comas los números de un conjunto, sin embargo prescindimos de la coma, porque usaremos solamente números de una sola cifra. Por tanto escribiremos el 1 y el 3 unidos. A este conjunto y a cualquier otro deducido de éste lo llamaremos "conjunto con barras", o simplemente "conjunto" si no hay otro.

El número que representa al sujeto se escribe siempre delante del conjunto y el número que representa al predicativo se escribe detrás.

Ejemplos: 1) Los sabios son distraídos = 1/13/2, siendo sabios=1 y distraídos=2.

11. R. CARNAP, *Op. cit.*, pp. 6 y ss.

12. GÖDEL en 1933 empleó también números naturales para el estudio de la Lógica, creando la "Sintaxis aritmética". Sin embargo el *lenguaje numérico* sigue un procedimiento muy diferente al suyo por razones que expusimos en nuestro trabajo ya citado, p. 377.

13. H. A. SCHMIDT, *Mathematische Gesetze der Logik I. Vorlesungen über Aussagenlogik*, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1960, pp. 130 y ss.

14. Las razones que nos han llevado a escoger precisamente este par de números se verán más adelante. *Cfr.* 5.4.

2) Son voraces los tiburones = $2/13/1$, siendo voraces=1 y tiburones=2, pues el sujeto se pone delante.

Si hay que escribir en un mismo razonamiento varias proposiciones que tienen los dos mismos conceptos, se deben traducir siempre por el mismo número los conceptos iguales. Por tanto se establece un vocabulario para la primera proposición y ese vocabulario rige para todas las demás.

Ejemplo: 3) Los trabajadores son responsables y los responsables son trabajadores = $1/13/2$ y $2/13/1$, siendo trabajadores=1 y responsables=2.

1.3. Escritura numérica de la negación de un concepto.

La partícula negativa "no" que precede a un término la traducimos por el símbolo que la Aritmética llama "menos".

Ejemplo: 1) Si alumno=1, entonces no alumno=-1. También se traduce por un "menos" cualquier otra expresión equivalente al "no".

Ejemplos: 2) Si mortal=1, entonces inmortal=-1.

3) Si casado=1, entonces soltero=-1.

4) Si adulto=2, entonces menor=-2.

1.4. Cálculo matemático de la negación de un concepto.

Los símbolos necesitan, además de las reglas de formación, en nuestro caso de una *escritura numérica* adecuada, de unas reglas de transformación, que son las que permiten el cálculo¹⁵. Estas reglas las daremos en cada caso bajo el título de "*cálculo matemático*".

Para calcular matemáticamente la negación de un concepto usaremos las tres reglas siguientes:

Primera regla: Si hay un solo "menos" y va delante, es

15. H. A. SCHMIDT, *Op. cit.*, pp. 130 y ss.

decir con el sujeto, se quita y se suma una unidad a los números 1 y 3 del conjunto. Queda, por tanto, el conjunto 24.

Ejemplos: 1) Los no deportistas son débiles = $-1/13/2 = 1/24/2$, siendo deportistas=1 y débiles=2.

2) Los fuertes son deportistas = $-2/13/1 = 2/24/1$.

Segunda regla: Si hay un solo “menos” y va detrás, es decir con el predicativo, se coloca este “menos” delante, es decir con el sujeto, y se cambia el número 3 por el 5. Y se aplica la regla anterior sumando una unidad al 1 y al 5. Queda, por tanto, el conjunto 26.

Téngase en cuenta que si el “no” va delante del verbo es lo mismo que si va detrás. En la *escritura numérica* lo escribiremos siempre detrás, es decir, con el predicativo.

Ejemplos: 1) Los profesores no están enfermos = $1/13/-2 = -1/15/2 = 1/26/2$ siendo profesor=1 y enfermo=2.

2) Los enfermos no son profesores = $2/13/-1 = -2/15/1 = 2/26/1$.

Tercera regla: Si hay dos “menos”, es decir, si lo llevan el sujeto y el predicativo, se quitan los dos “menos” y se cambia el 3 por el 5.

Obsérvese que quitar los dos “menos” es cambiar de signo a cada término y por otra parte trasladar un “menos” del predicativo al sujeto, como hicimos en la regla anterior, es también cambiar el signo de los dos términos. Por eso en ambos casos aplicamos un mismo cálculo: se cambia el 3 por el 5.

Ejemplos: 3) Los no profesores no están enfermos = $-1/13/-2 = 1/15/2$.

4) Los sanos no son profesores = $-2/13/-1 = 2/15/1$.

1.5. *Escritura numérica de la negación de una proposición.*

Las expresiones “es falso”, “no es cierto”, “no es verdadero” que van delante de una proposición las traducimos

por un "menos" delante del conjunto, ya que esa negación afecta a toda la proposición y por tanto a todo el conjunto que la representa.

Ejemplos: 1) Es falso que las abejas son dañinas = $1/-13/2$, siendo abejas=1 y dañinas=2.

2) Es falso sue las abejas no son dañinas = $1/-13/-2$. Y se quitan los "menos" de los términos de la misma manera que cuando no hay el "menos" delante del conjunto: $1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2$.

1.6. Escritura numérica de los cuantificadores.

Las palabras "todos", "los", "el", que la Lógica llama "cuantificadores universales"¹⁶, no las traducimos, como ya se ha visto en los ejemplos anteriores.

Las palabras "algunos", "alguno", "algún", que la Lógica llama "cuantificadores particulares"¹⁷, las traducimos por dos "menos": uno detrás de cada barra, pues la palabra "alguno" en el sentido de "alguno por lo menos", no en el sentido de "alguno a lo sumo" ni de "alguno sí y alguno no", equivale a la negación de toda la proposición y a la negación del predicativo según enseña la ley de oposición aristotélica¹⁸.

Ejemplos: 1) Algún amigo es leal = $1/-13/-2$, siendo amigo=1 y leal=2.

2) Algún no amigo es leal = $-1/-13/-2$.

Cuando aparecen dos "menos" juntos se anulan entre sí, ya que dos negaciones afirman.

Ejemplo: 3) El falso que algún amigo es desleal = $1/--13/--2 = 1/13/2$.

16. J. FERRATER MORA y H. LEBLANC, *Op. cit.*, p. 73.

17. *Op. cit.*, p. 74.

18. *Op. cit.*, pp. 79 y s.

1.7. Cálculo matemático de la transposición de términos.

Los términos de una proposición no son siempre conmutativos. La ley de transposición enseña que son conmutativos en la proposición universal negativa y en la particular afirmativa. En cambio no lo son para la universal afirmativa y la particular negativa, pero en estos dos casos últimos se pueden transponer también si se añade un "no" a cada término.

En la *escritura numérica* es inmediato ver que las proposiciones no conmutativas tienen un 3 y sólo ellas lo tienen. Y como al transponer los términos hay que añadir un "no" a cada uno, aparecen dos "menos" que se quitan cambiando el 3 por el 5. En resumen, se puede siempre transponer los términos cambiando el número 3 del conjunto, si lo tiene, por el 5, y el 5, si lo tiene, por el 3. Los demás números del conjunto se conservan.

Ejemplos: 1) Los campeones no son varones = $1/13/-2 = -1/15/2 = 1/26/2$ siendo campeones=1 y varones=2.

A este mismo resultado se llega si los términos están transpuestos: Los varones no son campeones = $2/13/-1 = -2/15/1 = 2/26/1$. Y se invierten los términos sin cambiar los números del conjunto: $1/26/2$.

2) Algún campeón es varón = $1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2$.

A este mismo resultado se llega si los términos están transpuestos: Algún varón es campeón = $2/-13/-1 = -2/-15/1 = 2/-26/1 = 1/-26/2$.

3) Los campeones son varones = $1/13/2$.

A este mismo resultado se llega si se transponen los términos y se añade un "no" a cada uno: Los no varones son no campeones = $-2/13/-1 = 2/15/1$. Y se invierten los términos cambiando el 5 por el 3: $1/13/2$.

4) Algún campeón no es varón = $1/-13/--2 = 1/-13/2$.

A este mismo resultado se llega si se transponen los

términos y se añade un "no" a cada uno: Algún no varón no es no campeón = $-2/-13/---1 = -2/-13/-1 = 2/-15/1 = 1/-13/2$.

Esta regla de transposición nos permite colocar siempre el 1 delante y el 2 detrás, cambiando el 3, si está, por el 5, y el 5, si está, por el 3.

1.8. El razonamiento llamado "equivalencia". Su cálculo matemático.

La Lógica llama equivalentes o iguales a dos proposiciones cuando dicen lo mismo aunque sea con distintas palabras; es decir, cuando tienen el mismo contenido, sea o no diferente la forma. Y llama equivalencia al razonamiento que relaciona dos proposiciones equivalentes. Se suele representar por una flecha de doble dirección¹⁹. En el *lenguaje numérico* usaremos el signo aritmético de la igualdad, como ya venimos haciendo en muchos de los ejemplos anteriores.

Para calcular matemáticamente si dos proposiciones son equivalentes:

Primero: Se escriben numéricamente las dos proposiciones.

Segundo: Si hay dos "menos" juntos se anulan.

Tercero: Se quitan los "menos" de los términos de la forma indicada en 1.4.

Cuarto: Se ordenan los términos, poniendo el 1 delante y el 2 detrás y cambiando el 3 por el 5 y el 5 por el 3.

Si la *escritura numérica* de las dos proposiciones es la misma, las dos proposiciones son equivalentes entre sí y por tanto el razonamiento de equivalencia que las relaciona es verdadero; de lo contrario, si las *escrituras numéricas* no son iguales, las proposiciones no son equivalentes y el razonamiento es falso.

19. D. HILBERT y W. ACKERMANN, *Grundzüge der Theoretischen Logik*, 4.^a edición. Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959, p. 5.

Es importante observar que el *lenguaje numérico* escribe de igual modo las proposiciones que son iguales, cualquiera que sea su forma gramatical, y de modo distinto las que son distintas. Esta es una propiedad muy notable de ese lenguaje que ya hemos comentado oportunamente ²⁰.

Ejemplos: 1) "Es falso que todos los menores están dormidos" es equivalente a "algún menor está despierto".

"Es falso que todos los menores están dormidos" = $1/-13/2$; "algún menor está despierto" = $1/-13/-2 = 1/-13/2$.

Como las dos *escrituras numéricas* son iguales, el razonamiento de equivalencia es verdadero.

2) "Es falso que algún menor está dormido" es equivalente a "los no despiertos son mayores".

"Es falso que algún menor está dormido" = $1/--13/-2 = 1/13/-2 = -1/15/2 = 1/26/2$.

"Los no despiertos son mayores" = $--2/13/-1 = 2/13/-1 = -2/15/1 = 2/26/1 = 1/26/2$.

Y como las dos *escrituras numéricas* son iguales, el razonamiento de equivalencia es verdadero.

3) "Algún menor está dormido" es equivalente a "es falso que los despiertos no son mayores".

"Algún menor está dormido" = $1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2$; "es falso que los despiertos no son mayores" = $-2/-13/--1 = -2/-13/1 = 2/-24/1 = 1/-24/2$.

Y como no son iguales las *escrituras numéricas*, el razonamiento de equivalencia es falso.

2. EL RAZONAMIENTO LLAMADO "IMPLICACIÓN".

2.1. Estructura lógica de la implicación.

La implicación o condicional es un razonamiento que relaciona dos proposiciones mediante una conjunción con-

20. J. ROSSELLÓ, *Op. cit.*, pp. 391 y ss.

dicional o cualquier otra expresión con sentido condicional. Se llama antecedente a la proposición que lleva la conjunción y consecuente a la otra.

Se llama implicación extensiva o condición suficiente a la implicación que lleva la conjunción "si" u otra expresión equivalente: "si..., entonces...", "siempre que", "implica que", etc.

Ejemplo: 1) Si los ratones son roedores, algún ratón es roedor.

Se llama implicación intensiva o condición necesaria a la implicación que lleva la conjunción "sólo si" u otra expresión equivalente: "sólo si..., entonces...", "es una implicación de", etc.

Ejemplo: 2) Sólo si algún ratón es roedor, los ratones son roedores.

2.2. Cálculo matemático de la condición suficiente.

Para calcular matemáticamente si una proposición es condición suficiente de otra:

Primero: Se escriben numéricamente las dos proposiciones.

Segundo: Se quitan los "menos" que están juntos de dos en dos.

Tercero: Se quitan los "menos" de los términos de la forma indicada en 1.4.

Cuarto: Se ordenan los términos, colocando primero el 1 y después el 2 y cambiando el 3 por el 5 y el 5 por el 3 (cfr. 1.7).

Quinto: Se quita el "menos" del conjunto, escribiendo en vez de los dos números de este conjunto otros cinco números distintos que se toman del conjunto de los siete primeros números naturales; es decir, del conjunto 1234567. A este conjunto lo llamaremos "conjunto universal", porque contiene todos los números que usamos en este cálculo.

Ejemplos: 1) Es falso que todos los libros son importados $= 1/-13/2 = 1/24567/2$, siendo libros $=1$ e importados $=2$.

2) Algún libro es importado $= 1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2 = 1/13457/2$.

Los conjuntos 13 y 24567 son contradictorios entre sí. Lo mismo ocurre con los conjuntos 26 y 13457. Y en general, para quitar el "menos" de un conjunto se escribe su contradictorio.

Sexto: Se toman los números comunes a ambos conjuntos, es decir, a los conjuntos del antecedente y del consecuente, y si resulta un conjunto igual al del antecedente, la condición suficiente es verdadera. De lo contrario, si es distinto, es falsa.

En efecto, una proposición simple es condición suficiente de otra, si cumple la ley de subalternación²¹, que permite inferir una proposición de otra cambiando el cuantificador universal "todos" por el particular "algunos"²².

Ahora bien, como "algunos" se traduce por dos "menos" y el segundo "menos" se quita cambiando el 3 por el 5 y sumando una unidad a los dos números del conjunto, resulta que se obtiene un conjunto de dos números distintos de los anteriores. Por consiguiente el contradictorio, que por definición contiene a todos los demás, contiene al conjunto del antecedente. Y por tanto, al tomar los comunes al antecedente y al consecuente, resultará ese mismo conjunto del antecedente.

Ejemplos: 3) Si los audaces son optimistas, algún audaz es optimista.

21. J. FERRATER MORA y H. LEBLANC, *Op. cit.*, pp. 87 y ss. No entramos en la discusión filosófica sobre la interpretación existencial o no de esa ley, por las razones expuestas en la nota 6.

22. Es interesante observar que las leyes de la Lógica clásica, una a una, son sencillas, pero como hay muchas y se combinan entre sí, resultan en la práctica muy complejas. "Las reglas de la Lógica clásica son, en realidad, adecuadas para casos simples y plausibles. Pero fracasan precisamente allí donde no es posible controlar los resultados con la intuición". B. JUHOS, *Op. cit.*, p. 13.

"Los audaces son optimistas" = $1/13/2$, siendo audaces =1 y optimista=2.

"Algún audaz es optimista" = $1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2 = 1/13457/2$.

Y tomando los comunes: $1/13/2$.

Y como este conjunto es igual al del antecedente, la condición suficiente es verdadera.

4) Si los audaces son optimistas, algún pesimista es tímido.

"los audaces son optimistas" = $1/13/2$.

"algún pesimista es tímido" = $-2/-13/--1 = 2/-24/1 = 1/-24/2 = 1/13567/2$.

Y tomando los comunes: $1/13/2$.

Y como este conjunto es igual al antecedente, la condición suficiente es verdadera.

5) Si los tímidos son optimistas, algún audaz no es pesimista.

"los tímidos son optimistas" = $-1/13/2 = 1/24/2$.

"algún audaz no es pesimista" = $1/-13/--2 = -1/-15/2 = 1/-26/2 = 1/13457/2$.

Y tomando los comunes: $1/4/2$.

Y como este resultado es distinto del conjunto del antecedente, la condición suficiente no es verdadera.

2.3. Cálculo matemático de lo condición necesaria.

Para calcular matemáticamente la condición necesaria:

Primero. Se escriben numéricamente las dos proposiciones, y se traduce la palabra "sólo" o la equivalente por dos "es falso": uno delante de cada proposición. En estos casos cuando aparece un "es falso" por razones de cálculo y no porque la proposición inicial lo tenga, lo escribimos entre paréntesis.

La traducción que hacemos de la palabra "sólo" se debe a que la condición necesaria es una condición suficiente en la que se han invertido las proposiciones, y en vez de

invertirlas se puede añadir un "es falso" delante de cada una, en virtud de una de las leyes de BOOLE²³.

Segundo: Se resuelve como en el caso anterior (cfr. 2.2).

Ejemplos: 1) Sólo si algún periodista es veraz, los periodistas no son mentirosos.

(Es falso que) algún periodista es veraz = $1/-13/-2 = 1/13/-2 = -1/15/2 = 1/26/2$.

(Es falso que) los periodistas no son mentirosos = $1/-13/-2 = 1/24567/2$.

Y tomando los comunes: $1/26/2$.

Y como este conjunto es igual al antecedente, la condición necesaria es verdadera.

2) Sólo si algún mentiroso es periodista, los periodistas son veraces.

(El falso que) algún mentiroso es periodista = $-2/-13/-1 = 2/15/1 = 1/13/2$.

(Es falso que) los periodistas son veraces = $1/-13/2 = 1/24567/2$.

Y como no hay comunes resulta un conjunto vacío que lo representamos por el número cero: $1/0/2$.

Y como este resultado es distinto del antecedente, la condición necesaria es falsa.

3. EL RAZONAMIENTO LLAMADO "OPOSICIÓN".

3.1. Estructura lógica de la oposición.

La oposición es un razonamiento que relaciona dos proposiciones tales que una niega algo de lo que la otra afirma. Las oposiciones se pueden convertir en implicaciones añadiendo la expresión "es falso" delante del antecedente.

Por tanto, hay dos oposiciones simples, paralelas a las

23. J. FERRATER MORA y H. LEBLANC, *Op. cit.*, p. 44: "Los miembros de un condicional pueden ser transpuestos si se les hace preceder de la negación".

dos implicaciones simples: una "oposición suficiente" que corresponde a la condición suficiente y una "oposición necesaria", llamada también incompatible o inconsistente, que corresponde a la condición necesaria.

En el primer caso, las dos proposiciones no pueden ser falsas a la vez; es decir, una de las dos por lo menos debe ser verdadera.

Ejemplo: 1) "Algún profesor es competente" es suficientemente opuesta a "algún profesor no es competente".

En el segundo caso, las dos proposiciones no pueden ser verdaderas a la vez; es decir, una de las dos por lo menos debe ser falsa.

Ejemplo: 2) "Todos los ladrones son cautelosos" es inconsistente con "los ladrones no son cautelosos".

3.2. Cálculo matemático de la oposición suficiente.

Para calcular matemáticamente si una proposición es suficientemente opuesta a otra:

Primero: Se escriben numéricamente las dos proposiciones y se traduce la palabra "opuesta", o la equivalente que sea, por un "es falso" delante del antecedente.

Segundo: Se procede como en el caso de la condición suficiente (cfr. 2.2).

Ejemplos: 1) "Algún profesor es competente" es suficientemente opuesta a "algún profesor no es competente".

(Es falso que) "algún profesor es competente" = $1 / -13 / -2 = -1/15/2 = 1/26/2$.

"Algún profesor no es competente" = $1 / -13 / --2 = = 1/24567/2$.

Y tomando los comunes: $1/26/2$.

Y como este conjunto es igual al antecedente, la oposición suficiente es verdadera.

2) "Los profesores son competentes" es suficientemente opuesta a "algún profesor no es competente".

(Es falso que) "los profesores son competentes" = $1/-13/2 = 1/24567/2$.

"Algún profesor no es competente" = $1/-13/-2 = 1/24567/2$.

Y tomando los comunes: $1/24567/2$.

Y como este conjunto es igual al antecedente, la oposición suficiente es verdadera.

3) "Los profesores no son competentes" es suficientemente opuesta a "algún incompetente es profesor".

(Es falso que) "los profesores no son competentes" = $1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2 = 1/13457/2$.

"Algún incompetente es profesor" = $-2/-13/-1 = 2/-15/1 = 1/-13/2 = 1/24567/2$.

Y tomando los comunes: $1/457/2$.

Y como este conjunto es distinto del antecedente, la oposición suficiente es falsa.

3.3. Cálculo matemático de la oposición necesaria.

Para calcular si una proposición es necesariamente opuesta, o incompatible o inconsistente con otra:

Primero: Se escriben numéricamente las dos proposiciones y se traduce la palabra "opuesta" por un "es falso" delante del antecedente y la palabra "necesariamente" por dos "es falso": uno delante del antecedente y otro delante del consecuente (cfr. 2.3). Y como los dos "es falso" del antecedente se anulan entre sí, queda en definitiva un "es falso" delante del consecuente.

Segundo: Se procede como en 2.2.

Ejemplos: 1) "Todos los ladrones son cautelosos" es inconsistente con "los ladrones no son cautelosos".

"Todos los ladrones son cautelosos" = $1/13/2$.

(Es falso que) los ladrones no son cautelosos = $1/-13/-2 = -1/-15/2 = 1/-26/2 = 1/13457/2$.

Y tomando los comunes: $1/13/2$.

Y como este conjunto es igual al antecedente, la inconsistencia es verdadera.

2) "Todos los ladrones son cautelosos" es necesariamente opuesta a "algún ladrón no es cauteloso".

"Todos los ladrones son cautelosos" = $1/13/2$.

(Es falso que) "algún ladrón no es cauteloso" = $1/-13/-2 = 1/13/2$.

Y tomando los comunes: $1/13/2$.

Y como este conjunto es igual al antecedente, la oposición necesaria es verdadera.

3) "Los ladrones no son cautelosos" es incompatible con "algún ladrón no es cauteloso".

"Los ladrones no son cautelosos" = $1/13/-2 = -1/15/2 = 1/26/2$.

(Es falso que) "algún ladrón no es cauteloso" = $1/-13/-2 = 1/13/2$.

Y como no hay números comunes: $1/0/2$.

Y como este resultado es distinto del antecedente, la incompatibilidad es falsa.

4. EL RAZONAMIENTO COMPUESTO.

4.1. Estructura lógica de un razonamiento compuesto.

Si la condición suficiente y la necesaria, acompañadas o no de la partícula negativa "no", se combinan mediante conjunciones conectivas²⁴, se obtienen todas las implicaciones posibles.

Ejemplos: 1) "Si y sólo si" = "es condición suficiente y necesaria".

2) "Si, pero no sólo si" = "es condición suficiente, pero no necesaria".

3) "Si o sólo si" = "es condición suficiente o necesaria".

24. Llamamos conjunciones conectivas a todas aquellas que equivalen a uno de los tres conectivos lógicos fundamentales: la "y", la "o" y la "o bien". Cfr. HILBERT y ACKERMANN, *Op. cit.*, p. 4.

4) "Sólo si, pero no si" = "es condición necesaria, pero no suficiente".

Análogamente, si se combinan la oposición suficiente y la necesaria, acompañadas o no de la partícula negativa "no", mediante conjunciones conectivas, se obtienen todas las oposiciones posibles.

Ejemplos: 5) "Si es falso y sólo si es falso que" = "es oposición suficiente y necesaria". Esta oposición se llama "contradictoria".

6) "Si es falso, pero no sólo si es falso que" = "es oposición suficiente, pero no necesaria". Esta oposición se llama "subcontraria".

7) "Sólo si es falso, pero no siempre que es falso que" = "es oposición necesaria, pero no suficiente". Esta oposición se llama "contraria".

Y en general, si se combinan dos o más razonamientos simples cualesquiera, ya sea cada uno una implicación o una oposición, acompañados o no de la partícula negativa "no", se obtienen todas las posibles relaciones entre dos proposiciones y por tanto todos los posibles razonamientos que pueden hacerse con ellas.

Ejemplos: 8) "Si o sólo si es falso que" = "es condición suficiente u oposición necesaria".

9) "Si es falso o bien no sólo si" = "es oposición suficiente o bien no es condición necesaria".

10) "Ni si, ni sólo si, ni si es falso, ni sólo si es falso que" = "no es condición suficiente ni necesaria, ni oposición suficiente ni necesaria". Esta relación se llama relación de independencia, porque la verdad o falsedad de una proposición no depende de la verdad o falsedad de la otra.

4.2. *Escritura numérica de los razonamientos compuestos.*

Para escribir numéricamente un razonamiento compuesto que relaciona dos proposiciones:

Primero: Se calculan matemáticamente los razonamientos simples, según ya vimos en 2.2 y en 2.3, si son implicaciones, y en 3.2 y 3.3 si son oposiciones.

Segundo: Se traduce cada razonamiento simple por la expresión "es verdadero", si resultó verdadero, y por la expresión "no es verdadero", si resultó falso.

Y el problema queda reducido a una combinación mediante conjunciones conectivas de la proposición "es verdadero", acompañada o no de la partícula negativa "no". Este problema ya lo resolvimos, de un modo más general, en nuestro trabajo anteriormente citado, y dimos también la fundamentación de la escritura y del cálculo que sigue²⁵.

Tercero: La proposición "es verdadero" la traducimos por el conjunto "13". También ahora omitimos la coma que suele separar los números de un conjunto (cfr. 1.2). Si hay un "no" delante de la proposición, lo traducimos por un "menos" delante del conjunto. Y finalmente la conjunción "y" la traducimos por un punto, la "o" por una coma, y la "o bien" por un punto y coma.

Ejemplos: 1) "Todos los niños son solteros" es condición necesaria y suficiente de los "casados no son niños".

Se resuelven primero, del modo ya estudiado (cfr. 2.3 y 2.2) los dos razonamientos simples del ejemplo, y se obtiene que la condición necesaria es verdadera y que la condición suficiente es también verdadera. Por tanto se sustituye la expresión "condición necesaria y suficiente" por "es verdadero y es verdadero", y finalmente se traduce la proposición "es verdadero" por el conjunto "13":

"es verdadero y es verdadero" = 13 . 13.

2) "Todos los niños son solteros" es condición suficiente, pero no necesaria de "algún niño es soltero".

Se resuelven los dos razonamientos simples y se obtiene que la condición suficiente es verdadera y que la condición necesaria es falsa. Por tanto se sustituye la ex-

25. J. ROSSELLÓ, *Op. cit.*, pp. 400 y ss.

presión "condición suficiente, pero no necesaria" por "es verdadero" y no "no es verdadero". El primer "no" procede de la expresión "no necesaria" y el segundo del resultado del cálculo, ya que se obtuvo que la condición necesaria era falsa. Por tanto:

"es verdadero" y no "no es verdadero" = 13 . --13.

4.3. Cálculo matemático del razonamiento compuesto.

Para calcular matemáticamente un razonamiento compuesto:

Primero: Se escribe numéricamente el razonamiento compuesto del modo que acabamos de ver.

Segundo: Se quitan los "menos". Si hay dos juntos se anulan entre sí. Si hay uno sólo, se quita y se cambia el 13 por su conjunto contradictorio, pero en este cálculo consideramos que el conjunto universal está formado por los cuatro primeros números naturales; es decir, por el 1234. Por tanto será el 24. No hay que confundir estos conjuntos con los que hemos utilizado hasta ahora que los escribimos siempre entre barras.

Tercero: Se forma con los conjuntos obtenidos un solo conjunto, tomando los comunes, si hay un punto; todos los números sin repetir, si hay una coma, y todos los números sin los comunes, si hay un punto y coma.

Ejemplos: 1) $13 . 13 = 13$, ya que se toman los comunes.

2) $13 . 24 = 0$, ya que no hay comunes.

3) $13 , 24 = 1234$, ya que se toman todos sin repetir.

4) $13 , 13 = 13$, ya que se toman todos sin repetir.

5) $13 ; 24 = 1234$, ya que se toman todos sin los comunes.

6) $13 ; 13 = 0$, ya que se toman todos sin los comunes.

Cuarto: Se toman los comunes al conjunto 13, que significa "es verdadero" y al conjunto obtenido con las operaciones anteriores, y si este resultado es el mismo conjunto 13, el razonamiento compuesto es verdadero. De lo contrario, si es distinto, es falso.

Ejemplos: 1) "Los amigos son simpáticos" es condición suficiente o necesaria de "algún no amigo no es simpático".

"Los amigos son simpáticos" = $1/13/2$.

"Algún no amigo no es simpático" = $-1/-13/--2 = 1/-24/2 = 1/13567/2$.

Y tomando los comunes: $1/13/2$.

Y como es igual al antecedente, la condición suficiente es verdadera.

Para calcular ahora la condición necesaria, basta añadir un menos a los conjuntos obtenidos para el antecedente y el consecuente:

$1/-13/2 = 1/24567/2$.

$1/-13567/2 = 1/24/2$.

Y tomando los comunes: $1/24/2$.

Y como este resultado no es igual al antecedente, la condición necesaria es falsa. Por tanto:

"condición suficiente o necesaria" = "es verdadero" o "no es verdadero" = $13, -13 = 13, 24 = 1234$.

Y tomando los comunes al 13, que significa "es verdadero", y al resultado anterior: 13.

Y como este conjunto significa "es verdadero", el razonamiento compuesto es verdadero.

2) "Los amigos son simpáticos" es condición suficiente o bien condición necesaria de "algún no amigo no es simpático".

Como ya se sabe del ejemplo anterior que la condición suficiente es verdadera y la necesaria es falsa, resulta:

"es condición suficiente o bien condición necesaria" = "es verdadero" o bien "no es verdadero" = $13; -13 = 13; 24 = 1234$.

Y tomando los comunes al 13, que significa "es verdadero", y al resultado anterior: 13.

Y como este conjunto significa "es verdadero", el razonamiento compuesto es verdadero.

5. EL RAZONAMIENTO CON PROPOSICIONES COMPUESTAS.

5.1. Estructura lógica de la proposición compuesta.

La proposición compuesta consta de dos o más proposiciones simples combinadas mediante conjunciones conectivas.

5.2. Escritura numérica de la proposición compuesta.

Se escribe numéricamente cada proposición simple de la forma ya indicada (cfr. 1.2) y la conjunción "y" se traduce por un punto, la "o" por una coma y la "o bien" por un punto y coma (cfr. 4.2. Tercero).

Ejemplos: 1) "Las ballenas son mamíferos y algunos mamíferos no son ballenas" = $1/13/2 \cdot 2/-13/-1$.

2) "Todos los adultos son mayores y todos los mayores son adultos" = $1/13/2 \cdot 2/13/1$.

3) "Algún latinoamericano no es peruano y todos los peruanos son latinoamericanos" = $1/-13/-2 \cdot 2/13/1$.

4) "Los fuertes son valientes o los débiles son cobardes" = $1/13/2 \cdot -1/13/-2$.

5) "Los sinceros son sencillos o bien los mentirosos son complicados" = $1/13/2 ; -1/13/-2$.

5.3. Cálculo matemático de la proposición compuesta.

Para simplificar la escritura numérica de la proposición compuesta se hace el siguiente cálculo matemático:

Primero: Se simplifica cada proposición simple, quitando los “menos” y ordenando los términos.

Segundo: Se forma una sola proposición tomando como conjunto los números comunes si hay una “y”, todos sin repetir si hay una “o” y todos sin los comunes si hay una “o bien” (cfr. 4.3. Tercero).

Si tomamos los ejemplos anteriores, resulta:

$$1) \quad 1/13/2 \cdot 2/-13/--1 = 1/13/2 \cdot 1/-15/2 = 1/13/2 \cdot 1/23467/2 = 1/3/2 \text{ (se escriben los comunes).}$$

$$2) \quad 1/13/2 \cdot 2/13/1 = 1/13/2 \cdot 1/15/2 = 1/1/2.$$

$$3) \quad 1/-13/--2 \cdot 2/13/1 = 1/24567/2 \cdot 1/15/2 = 1/5/2.$$

$$4) \quad 1/13/2, -1/13/-2 = 1/13/2, 1/15/2 = 1/135/2 \text{ (se escriben todos sin repetir).}$$

$$5) \quad 1/13/2; -1/13/-2 = 1/13/2; 1/15/2 = 1/35/2 \text{ (se escriben todos sin los comunes).}$$

5.4. Relaciones reales y mentales entre dos conceptos.

Llamamos “relaciones reales” a aquellas relaciones que se pueden expresar con toda precisión, porque se tiene un conocimiento completo de la realidad. Y llamamos “relaciones mentales” a las que la mente estructura con cierta ambigüedad por falta de información.

Es importante destacar que las relaciones reales se expresan numéricamente por conjuntos de un solo número. En los tres primeros ejemplos anteriores se han obtenido los conjuntos $1/3/2$, $1/1/2$ y $1/5/2$ que corresponden respectivamente a las relaciones en las que el primer concepto es de menor, igual o mayor extensión que el segundo.

Análogamente es fácil ver que los conjuntos $1/4/2$, $1/2/2$ y $1/6/2$ corresponden respectivamente a las relaciones en las que el contradictorio del primer concepto es de menor, igual o mayor extensión que el segundo.

En cambio, si no existen entre dos conceptos ninguna de las relaciones anteriores, se dice que son independientes,

y esta relación de independencia se puede expresar negando las cuatro proposiciones universales que relacionan estos dos conceptos y sus contradictorios.

Ejemplo: 1) "Es falso que todos los adultos están sanos y es falso que todos los niños están sanos y es falso que todos los adultos están enfermos y es falso que todos los niños están enfermos" = $1/-13/2 \cdot -1/-13/2 \cdot 1/-13/-2 \cdot -1/-13/-2 = 1/24567/2 \cdot 1/-24/2 \cdot 1/-26/2 \cdot 1/-15/2 = 1/24567/2 \cdot 1/13567/2 \cdot 1/13457/2 \cdot 1/23467/2 = 1/7/2$.

El número 7 representa la relación de independencia entre dos conceptos. Así pues, estos siete casos que estamos considerando abarcan todas las posibilidades reales, pues de hecho o bien un concepto es igual o menor o mayor que otro, o bien su contradictorio es igual o menor o mayor que aquél, o bien no ocurre ninguno de los casos anteriores y se llama independiente. Por eso tomamos, no tan arbitrariamente como pudo parecer en un principio, como conjunto universal siete números que representen estas siete posibilidades; es decir, el conjunto 1234567.

Por otra parte, las relaciones mentales son combinaciones que la mente forja con las relaciones reales cuando tiene un conocimiento parcial de la realidad. Por tanto las combinaciones con los números anteriores representan relaciones mentales.

La relación mental más conocida es la proposición simple (cfr. 1.1). Su estructura indica que el sujeto es de *igual* o *menor* extensión que el predicativo, por eso la hemos traducido, no tan arbitrariamente como pudo parecer en 1.2, por *el uno o el tres*, que escrito en símbolos da: $1, 3 = 13$.

5.5. *Número de posibles relaciones entre dos conceptos.*

Con la ayuda del lenguaje numérico podemos resolver un problema de difícil solución directa: averiguar el número de proposiciones compuestas diferentes —de contenido diferente— que se pueden escribir con dos conceptos.

Hay tantas proposiciones compuestas como conjuntos numéricos distintos. Y es fácil calcular que hay un conjunto vacío, 7 conjuntos unitarios, 21 de dos números, 35 de tres, 35 de cuatro, 21 de cinco, 7 de seis y uno de siete. O sea, que hay en total 128 proposiciones compuestas distintas, o posibles relaciones entre dos conceptos.

Si además tenemos en cuenta que cada una de estas proposiciones puede adoptar formas gramaticales distintas, pues cada una de las proposiciones simples que la componen puede tener distintas escrituras gramaticales sin cambiar su contenido y si además se considera la variedad de conjunciones conectivas, resulta al multiplicar todas estas posibilidades un número de bastantes millares.

Si es tal la cantidad de posibilidades que se pueden presentar al estudiar el tema más elemental —la relación entre dos conceptos—, nos parece patente la conveniencia de un tratamiento matemático de los problemas de la Lógica.

5.6. *Contradicciones, consistencias y tautologías.*

Si el cálculo de una proposición compuesta da como resultado el conjunto vacío, es una contradicción. De lo contrario, si da como resultado cualquier otro conjunto, es una consistencia. Y si da como resultado el conjunto universal, es una tautología.

Ejemplos: 1) “Todos los árboles son altos y todos los árboles son bajos” = $1/13/2 \cdot 1/13/-2 = 1/13/2 \cdot 1/26/2 = 1/0/2$.

Luego es una contradicción.

2) “Algún árbol es alto y algún árbol es bajo” = $1/-13/-2 \cdot 1/-13/-2 = 1/-26/2 \cdot 1/-13/2 = 1/13457/2$.
 $1/24567/2 = 1/457/2$.

Luego es una consistencia.

3) “Algún árbol es alto o algún árbol es bajo” = $1/-13/-2 \cdot 1/-13/-2 = 1/-26/2 \cdot 1/-13/2 = 1/13457/2$,
 $1/24567/2 = 1/1234567/2$.

Luego es una tautología.

5.7. El razonamiento con proposiciones compuestas.

Para calcular un razonamiento cualquiera, simple o compuesto, que relacione dos proposiciones cualesquiera, simples o compuestas, se procede de la siguiente manera:

Primero: Se escriben numéricamente las dos proposiciones y se simplifican (cfr. 5.2 y 5.3).

Segundo: Se hace el mismo cálculo estudiado para las proposiciones simples (cfr. 2.2 y 2.3 para las implicaciones y 3.2 y 3.3 para las oposiciones).

Ejemplo: 1) "Algún turista no está alegre o algún alegre no es turista" es condición suficiente o bien condición necesaria de "los turistas no están alegres y los tristes son turistas".

"Algún turista no está alegre o algún alegre no es turista" = $1/-13/--2$, $2/-13/--1 = 1/-13/2$, $2/-13/1 = 1/24567/2$, $1/-15/2 = 1/24567/2$, $1/23467/2 = 1/234567/2$.

"Los turistas no están alegres y los tristes son turistas" = $1/13/-2$. $-2/13/1 = 1/26/2$. $2/24/1 = 1/26/2$. $1/24/2 = 1/2/2$.

Y tomando los comunes: $1/2/2$.

Y como este resultado es distinto del antecedente, la condición suficiente es falsa.

Para calcular la condición necesaria, basta añadir un "menos" al antecedente y al consecuente en los resultados anteriores:

$1/-234567/2 = 1/1/2$

$1/-2/2 = 1/134567/2$

Y tomando los comunes: $1/1/2$.

Y como este resultado es igual al antecedente, la condición necesaria es verdadera.

Por tanto: "condición suficiente o bien condición necesaria" = "no es verdadero" o bien "es verdadero" = -13 ; $13 = 24$; $13 = 1234$.

Y tomando los comunes al 13, que significa "es verdadero" y al resultado anterior, da el 13, luego el razonamiento compuesto es verdadero.

II. LA LÓGICA DE PROPOSICIONES

6. EL RAZONAMIENTO DE EQUIVALENCIA ENTRE CONDICIONALES.

6.1. *Estructura lógica del condicional.*

Ya hemos visto en 2.1 la estructura lógica de la implicación o condicional. Ahora hay que añadir que la Lógica de proposiciones considera como partículas elementales a las proposiciones, en vez de los conceptos, y por tanto pueden intervenir en los razonamientos proposiciones cualesquiera, y no sólo las formadas por el verbo "ser" o "estar". En consecuencia, la condición ya no viene impuesta solamente por leyes lógicas, sino también por leyes físicas, contratos, promesas, etc.

Además vamos a ampliar el estudio del condicional incluyendo no sólo aquellas relaciones que se expresan mediante una conjunción condicional, sino también las que emplean conjunciones causales, consecutivas, temporales, etcétera.

Ejemplos: 1) "Si los alumnos son inteligentes, algún alumno es inteligente" es una implicación lógica.

2) "Cuando el metal es caliente, se dilata" es una ley física.

3) "Porque trabajas, te pagaré" es un contrato o promesa.

6.2. *Escritura numérica del condicional considerado como relación.*

Usamos la misma simbología que en 1.2, pues la estructura lógica que relaciona conceptos es idéntica a la que relaciona proposiciones²⁶.

26. J. ROSSELLÓ, *Op. cit.*, pp. 397 y s.

Por tanto, las dos proposiciones se traducen por el "1" y el "2", escribiendo siempre primero el antecedente y después el consecuente, la conjunción se traduce por el conjunto "13" entre barras, y la palabra "sólo" que a veces acompaña a la conjunción se traduce por dos "menos": uno delante de cada número.

Ejemplos: 1) "Si vienes, te veré" = $1/13/2$ siendo "viienes" = 1 y "te veré" = 2.

2) "Te lo diré, si te callas" = $2/13/1$ siendo "te lo diré" = 1 y "si te callas" = 2.

3) "Sólo si es de día, viajo" = $-1/13/-2$ siendo "es de día" = 1 y "viajo" = 2.

6.3. *Cálculo de la negación de una proposición.*

La expresión "es falso", "no" y cualquier otra forma de negar una proposición la traducimos por un "menos" delante del número correspondiente. Este "menos" se quita de la forma ya indicada en 1.4; y en general todos los cálculos estudiados en la primera parte de este artículo mantienen su validez para esta segunda parte, pues la *escritura numérica* es la misma.

Ejemplos: 1) "Si habla, es falso que duerme" = $1/13/-2 = -1/15/2 = 1/26/2$ siendo "habla" = 1 y "duerme" = 2.

2) "Si no habla, duerme" = $-1/13/2 = 1/24/2$.

3) "Si duerme, calla" = $2/13/-1 = -2/15/1 = 2/26/1 = 1/26/2$.

6.4. *Escritura numérica del condicional considerado como proposición.*

El condicional no expresa solamente una relación entre dos proposiciones, sino que contiene también una proposición compuesta; es decir, es también una combinación

de las dos proposiciones mediante conjunciones conectivas (cfr. 5.1).

Para escribir numéricamente un condicional considerado como proposición se traducen por el 1 y el 2 las dos proposiciones, como en el caso anterior, pero las conjunciones implicativas se cambian por la conjunción conectiva equivalente de acuerdo a los tres casos siguientes:

Primer caso: La conjunción condicional "si" y todas las conjunciones implicativas que acompañan a un verbo que está en presente de subjuntivo se traducen por un "menos" en el antecedente y una "coma" entre los dos números²⁷.

Ejemplos: 1) "Si gano la lotería, te haré un regalo" = $-1,2$ siendo "gano la lotería" = 1 y "te haré un regalo" = 2.

2) "Siempre que te vea, te lo echaré en cara" = $-1,2$ siendo "te vea" = 1 y "te lo echaré en cara" = 2.

En este caso se ignora si el antecedente es verdadero o falso; lo único que se sabe es que no puede ser verdadero si el consecuente es falso.

Segundo caso: Las conjunciones causales, "porque", "pues", "puesto que", "ya que", "como", etc., y las consecutivas, "luego", "por lo tanto", "por consiguiente", etc., las traducimos por un "punto", porque afirman el antecedente y el consecuente.

Ejemplo: 3) "Porque trabajo, tengo dinero" = 1.2 siendo "trabajo" = 1 y "tengo dinero" = 2.

Tercer caso: La conjunción "cuando" y todas las conjunciones implicativas que acompañan a un verbo que está en indicativo y no son causales ni consecutivas se traducen por un "menos" delante del antecedente y un "punto y coma" entre los dos números.

27. D. HILBERT y W. ACKERMANN, *Op. cit.*, pp. 4 y ss. H. A. SCHMIDT, *Op. cit.*, pp. 53 y ss. J. FERRATER MORA y H. LEBLANC, *Op. cit.*, p. 44.

Ejemplos: 1) "Cuando subo, me canso" = $-1;2$ siendo "subo" = 1 y "me canso" = 2.

2) "Siempre que viajas, pierdes algo" = $-1;2$ siendo "viajas" = 1 y "pierdes algo" = 2.

En este caso se dice algo más que en el primero, pues se da a entender que el antecedente no es sólo una simple posibilidad, sino que a veces es verdadero. Por ejemplo, la expresión "cuando subo" indica que a veces subo, a diferencia de la expresión "si subo", que es una mera suposición.

6.5. Escritura numérica de la negación de un condicional.

La expresión "es falso", cuando niega a todo el condicional y no sólo a una proposición como en 6.3, se traduce por un "menos" delante de un paréntesis que encierra la *escritura numérica* completa; es decir, la escritura del condicional como relación y como proposición.

Ejemplos: 1) "Es falso que si callo, soy culpable" = $-(1/13/2 \cdot (-1,2))$ siendo "si callo" = 1 y "soy culpable" = 2.

2) "El falso que porque callo, soy culpable" = $-(1/13/2 \cdot (1,2))$.

3) "Es falso que cuando callo, soy culpable" = $-(1/13/2 \cdot (-1;2))$.

6.6. Cálculo matemático de la negación de un condicional.

Para quitar el "menos" que va delante de un condicional se añade un "menos" a cada conjunto y se cambia el punto —el primero, si hay dos— por una coma, de acuerdo a una de las leyes de DE MORGAN²⁸.

28. J. FERRATER MORA y H. LEBLANC, *Op. cit.*, p. 44.

- Ejemplos: 1) $-(1/13/2 \cdot (-1,2)) = 1/-13/2, -(-1,2)$
 2) $-(1/13/2 \cdot (1,2)) = 1/-13/2, -(1,2)$
 3) $-(1/13/2 \cdot (-1;2)) = 1/-13/2, -(-1;2)$

6.7. El razonamiento de equivalencia entre condicionales.

Para calcular si dos condicionales son equivalentes:

Primero: Se escriben numéricamente los dos condicionales en su forma completa; es decir, como relación y como proposición.

Segundo: En la relación se quitan los “menos” (cfr. 1.4 y 2.2. Quinto) y se ordenan los términos (cfr. 1.7).

Tercero: En la proposición se añade un número 3 a los números 1 y 2, con lo que se obtienen los conjuntos 13 y 23. Y se considera como conjunto universal al 1234 como en 4.3. Segundo.

Por tanto, se quitan los “menos” escribiendo el contradictorio:

$$-13 = 24 \text{ y } -23 = 14.$$

Y se hacen las operaciones indicadas por el punto, la coma o el punto y coma de la forma ya dicha (cfr. 4.3. Tercero).

Cuarto: Se comparan las dos escrituras y si son iguales, la equivalencia entre los dos condicionales es verdadera; de lo contrario, es falsa.

Ejemplos: 1) “Si es de día, hay luz” es equivalente a “sólo si hay luz, es de día”.

$$\begin{aligned} \text{“Si es de día, hay luz”} &= 1/13/2 \cdot (-1,2) = 1/13/2 \cdot \\ (-13,23) &= 1/13/2 \cdot (24,23) = 1/13/2 \cdot (234). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{“Sólo si hay luz, es de día”} &= -2/13/-1 \cdot (-2,-1) = \\ = 2/15/1 \cdot (23,-13) &= 1/13/2 \cdot (23,24) = 1/13/2 \cdot (234). \end{aligned}$$

Y como son iguales las dos escrituras numéricas, la equivalencia es verdadera.

2) “Hay luz, porque es de día” es equivalente a “porque no hay luz, es de noche”.

"Porque es de día, hay luz" = $1/13/2 \cdot (1.2) = 1/13/2 \cdot (13.23) = 1/13/2 \cdot (3)$.

"Porque no hay luz, es de noche" = $-2/13/-1 \cdot (-1.-2) = 2/15/1 \cdot (-13.-23) = 1/13/2 \cdot (24.14) = 1/13/2 \cdot (4)$.

Y como no son iguales las dos *escrituras numéricas*, la equivalencia es falsa.

3) "Cuando es de noche, no hay luz" es equivalente a "sólo cuando no hay luz, no es de día".

"Cuando es de noche, no hay luz" = $-1/13/-2 \cdot (-1;-2) = 1/15/2 \cdot (13;-23) = 1/15/2 \cdot (13;14) = 1/15/2 \cdot (34)$.

"Sólo cuando no hay luz, no es de día" = $--2/13/--1 \cdot (-2;1) = 2/13/1 \cdot (-23;13) = 1/15/2 \cdot (14;13) = 1/15/2 \cdot (34)$.

Y como las *escrituras numéricas* son iguales, la equivalencia es verdadera.

7. EL RAZONAMIENTO DE IMPLICACIÓN ENTRE CONDICIONALES.

7.1. Estructura lógica de la implicación entre condicionales.

La implicación entre condicionales consta de dos condicionales unidos por las expresiones "es condición suficiente" o "es condición necesaria" o cualquier combinación de estas dos, acompañadas o no de la partícula negativa "no", mediante conjunciones conectivas. En vez de dichas expresiones se pueden usar también conjunciones impli-cativas, cuando no se confunden con las de los condicionales.

Ejemplos: 1) "Cuando sufre, llora" es condición suficiente de "si sufre, llora".

2) "Si sufre, llora" es condición necesaria de "porque no llora, no sufre".

3) "Si llora cuando sufre, cuando no llora no sufre".

7.2. Cálculo matemático de la condición suficiente entre condicionales.

Para calcular matemáticamente la condición suficiente entre dos condicionales:

Primero: Se escriben numéricamente los dos condicionales.

Segundo: Se quitan todos los "menos". Si hay dos juntos se anulan entre sí. Si hay un "menos" delante del condicional, se quita cambiando el punto por la coma y añadiendo dos "menos": uno delante de cada conjunto (cfr. 6.6). Y los "menos" de la proposición se quitan como ya se sabe (cfr. 1.4 y 2.2. Quinto) y lo mismo los de la proposición (cfr. 6.7. Tercero). Y se ordenan los términos (cfr. 1.7).

Tercero: Se sustituyen los dos conjuntos del consecuente por los que resultan de tomar los comunes a los dos conjuntos con barras y los comunes a los dos conjuntos con paréntesis. Esto equivale a calcular por separado la condición suficiente para la relación y para la proposición.

Cuarto: Se traduce el conjunto con barras del antecedente y del consecuente por un 1 seguido de un 3, y los conjuntos con paréntesis se traducen por un 2 seguido de un 3. Y se añade un "menos" delante de estos números, cuando traducen un conjunto del consecuente que no es igual a su correspondiente del antecedente. Y se simplifican por separado antecedente y consecuente como en 6.6. Tercero.

Quinto: Se toman los comunes al antecedente y al consecuente y si este resultado es igual al antecedente, la condición suficiente es verdadera. De lo contrario, es falsa.

Ejemplos: 1) "Cuando llora, sufre" es condición suficiente de "si no sufre, no llora".

$$\begin{aligned} \text{"Cuando llora, sufre"} &= 1/13/2 \cdot (-1;2) = 1/13/2 \cdot \\ (-13;23) &= 1/13/2 \cdot (24;23) = 1/13/2 \cdot (34) = 13 \cdot 23 = 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{"Si no sufre, no llora"} &= -2/13/-1 \cdot (-2,-1) = \\ &= 2/15/1 \cdot (23,-13) = 1/13/2 \cdot (23,24) = 1/13/2 \cdot (234). \end{aligned}$$

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a estos y a los correspondientes del antecedente:

$$1/13/2 . (34).$$

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y sin ningún "menos", porque son iguales a los del antecedente:

$$13 . 23 = 3.$$

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta: 3.

Y como este resultado final es igual al antecedente, la condición suficiente es verdadera.

2) "Porque llora, sufre", es condición suficiente de "es falso que si no sufre, llora".

$$\text{"Porque llora, sufre"} = 1/13/2 . (1.2) = 1/13/2 . (13.23) = 1/13/2 . (3) = 13 . 23 = 3.$$

$$\text{Es falso que si no sufre, llora} = -(-2/13/1 . (-2,1)) = -2/-13/1 , -(23,13) = 2/-24/1 , -(123) = 1/-24/2 , (4) = 1/13567/2 , (4).$$

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a estos y a los correspondientes del antecedente:

$$1/13/2 , (0).$$

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y añadiendo un "menos" al 23, porque el conjunto (0) es distinto del correspondiente del antecedente:

$$13 , -23 = 13 , 14 = 134.$$

Y se toman los comunes al antecedente y a este resultado, y queda: 3.

Y como este resultado final es igual al antecedente, la condición suficiente es verdadera.

7.3. *Cálculo matemático de la condición necesaria entre condicionales.*

Para calcular matemáticamente la condición necesaria entre dos condicionales:

Primero: Se escriben numéricamente los dos condicionales y se traduce la palabra "necesaria" o cualquier equi-

valente suya por dos "es falso": uno delante de cada condicional.

Segundo: Se resuelve como en el caso anterior.

Ejemplos: 1) "Cuando uno es culpable, lo condenan" es condición necesaria de "porque lo perdonan, es inocente".

(Es falso que) "cuando uno es culpable, lo condenan" = $-(1/13/2 \cdot (-1;2)) = 1/-13/2$, $-(-13;23) = 1/-13/2$, $-(24;23) = 1/-13/2$, $-(34) = 1/24567/2$, $(12) = 13$, $23 = 123$.

(Es falso que) "porque lo perdonan, es inocente" = $-(-2/13/-1 \cdot (-2.-1)) = -2/-13/-1$, $-(-23.-13) = 2/-15/1$, $-(14.24) = 1/-13/2$, $-(4) = 1/24567/2$, (123) .

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a estos y a los correspondientes del antecedente:

$1/24567/2$, (12) .

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y sin ningún "menos", porque son iguales a los del antecedente:

13 , $23 = 123$.

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta: 123 .

Y como este resultado final es igual al antecedente, la condición necesaria es verdadera.

2) "Es falso que si uno es culpable, lo condenan" es condición necesaria de "cuando lo condenan, es inocente".

(Es falso que) "es falso que si uno es culpable, lo condenan" = $---(1/13/2 \cdot (-1,2)) = 1/13/2$, $-(13,23) = 1/13/2$, $(24,23) = 1/13/2$, $(234) = 13$, $23 = 3$.

(Es falso que) "cuando lo condenan, es inocente" = $-(2/13/-1 \cdot (-2;-1)) = 2/-13/-1$, $-(-23;-13) = -2/-15/1$, $-(14;24) = 2/-26/1$, $-(12) = 1/-26/2$, $(34) = 1/13457/2$, (34) .

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a estos y a los correspondientes del antecedente:

$1/13/2$, (34) .

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y se añade un "menos" al 23, porque el conjunto (34) es distinto del correspondiente del antecedente:

$$13, -23 = 13, 14 = 134.$$

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta: 3.

Y como este resultado final es igual al antecedente, la condición necesaria es verdadera.

8. EL RAZONAMIENTO DE OPOSICIÓN ENTRE CONDICIONALES.

8.1. Estructura lógica de la oposición entre condicionales.

La oposición entre condicionales es un razonamiento que relaciona dos condicionales tales que uno niega algo de lo que el otro afirma. Como ya dijimos en 3.1 las oposiciones se pueden convertir en implicaciones añadiendo la expresión "es falso" delante del antecedente. Por tanto hay dos oposiciones simples, paralelas a las implicaciones simples: una oposición suficiente y una oposición necesaria, llamada también incompatible o inconsistente.

Ejemplos: 1) "Si dices eso, eres un mentiroso" es suficientemente opuesta a "es falso que si dices eso, eres un mentiroso".

2) "Porque dices eso, eres un mentiroso" es incompatible con "porque dices eso, no eres un mentiroso".

8.2. Cálculo matemático de la oposición suficiente entre condicionales.

Para calcular si un condicional es suficientemente opuesto a otro:

Primero: Se escriben numéricamente los dos condicionales y se traduce la palabra "opuesta" por un "es falso" delante del antecedente.

Segundo: Se procede como en el caso de la condición suficiente (cfr. 7.2).

Ejemplo: 1) "Si dices eso, eres un mentiroso" es suficientemente opuesta a "es falso que si eres sincero, no dices eso".

(Es falso que) "si dices eso, eres un mentiroso" = $-(1/13/2 \cdot (-1,2)) = 1/-13/2$, $-(-13,23) = 1/-13/2$, $-(24,23) = 1/-13/2$, $-(234) = 1/24567/2$, $(1) = 13$, $23 = 123$.

"Es falso que si eres sincero, no dices eso" = $-(-2/13/-1 \cdot (-2,-1)) = -2/-13/-1$, $-(23,-13) = 2/-15/1$, $-(23,24) = 1/-13/2$, $-(234) = 1/24567/2$, (1) .

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a éstos y a los correspondientes del antecedente:

$1/24567/2$, (1) .

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y sin ningún "menos", porque son iguales a los del antecedente:

13 , $23 = 123$.

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta: 123.

Y como este resultado final es igual al antecedente, la oposición suficiente es verdadera.

8.3. Cálculo matemático de la oposición necesaria entre condicionales.

Para calcular si un condicional es necesariamente opuesto o incompatible o inconsistente con otro:

Primero: Se escriben numéricamente los dos condicionales y se traduce la palabra "opuesto" por un "es falso" delante del antecedente y la palabra "necesariamente" o una equivalente cualquiera por dos "es falso": uno delante del antecedente y otro delante del consecuente (cfr. 7.3). Y como los dos "es falso" del antecedente se anulan entre sí, queda en definitiva un "es falso" delante del consecuente.

Segundo: Se procede como en el caso de la condición suficiente (cfr. 7.2).

Ejemplo: 1) "Porque dices eso, eres un mentiroso" es inconsistente con "cuando eres sincero, no dices eso".

"Porque dices eso, eres un mentiroso" = $1/13/2 \cdot (1.2) = 1/13/2 \cdot (13.23) = 1/13/2 \cdot (3) = 13 \cdot 23 = 3$.

(Es falso que) "cuando eres sincero, no dices eso" = $-(-2/13/-1 \cdot (-2;-1)) = -2/-13/-1, -(23;-13) = 2/-15/1, -(23;24) = 1/-13/2, -(34) = 1/24567/2, (12)$.

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a estos y a los correspondientes del antecedente:

$1/0/2, (0)$.

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y con un "menos" cada uno, porque son distintos de los del antecedente:

$-13, -23 = 24, 14 = 124$.

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta: 0.

Y como este resultado final es distinto del antecedente, la oposición necesaria es falsa.

9. EL RAZONAMIENTO COMPUESTO ENTRE CONDICIONALES.

9.1. Estructura lógica de un razonamiento compuesto entre condicionales.

Si la condición suficiente y la necesaria, acompañadas o no de la partícula negativa "no", se combinan mediante conjunciones conectivas, se obtienen todas las implicaciones posibles entre condicionales (cfr. 4.1).

Análogamente, si se combinan la oposición suficiente y la necesaria, se obtienen todas las oposiciones posibles. Y en general, si se combinan dos o más razonamientos simples entre condicionales, ya sea cada uno una implicación o una oposición, acompañados o no de la partícula negativa

“no”, se obtienen todas las posibles relaciones entre dos condicionales y, por tanto, todos los posibles razonamientos que pueden hacerse con ellos.

9.2. *Escritura numérica de los razonamientos compuestos entre condicionales.*

Para escribir numéricamente un razonamiento compuesto que relaciona dos condicionales:

Primero: Se calculan matemáticamente los razonamientos simples, según ya vimos en 7.2 y 7.3 si son implicaciones y en 8.2 y 8.3 si son oposiciones.

Segundo: Cada razonamiento simple se traduce por la expresión “es verdadero” si resultó verdadero, y por “no es verdadero” si resultó falso. Y la expresión “es verdadero” se traduce por 13 y el “no” por un “menos” y las conjunciones conectivas por el punto, la coma o el punto y coma según sea una “y”, una “o” o una “o bien” (cfr. 4.2. Tercero).

9.3. *Cálculo matemático del razonamiento compuesto entre condicionales.*

Para calcular matemáticamente un razonamiento compuesto entre dos condicionales:

Primero: Se escribe numéricamente el razonamiento compuesto del modo que acabamos de ver.

Segundo: Se hacen los cálculos ya vistos en la Lógica de conceptos (cfr. 4.3), pues en ambas Lógicas hemos obtenido una misma *escritura numérica* para el razonamiento compuesto.

Ejemplo: 1) “Es falso que si es cobarde, no tiene miedo” es condición suficiente o bien no es condición necesaria de “es falso que si es valiente, tiene miedo”.

Si se calculan los dos razonamientos simples se obtiene que la condición suficiente y también la necesaria son falsas. Por tanto:

"es condición suficiente o bien no es condición necesaria" = "no es verdadero" o bien no "no es verdadero".

En esta última expresión el segundo "no" proviene de la frase anterior, mientras que el tercero viene impuesto por los resultados del cálculo. Al traducir a números resulta:

$$-13 ; --13 = 24 ; 13 = 1234.$$

Y tomando los comunes a este resultado y al 13 que significa "es verdadero", resulta el 13. Luego el razonamiento compuesto es verdadero.

10. EL RAZONAMIENTO CON CONDICIONALES COMPUESTOS.

10.1. *Estructura lógica del condicional compuesto.*

El condicional compuesto consta de dos o más condicionales simples combinados mediante conjunciones conectivas.

10.2. *Escritura numérica del condicional compuesto.*

Se escribe numéricamente cada condicional simple de la forma ya indicada (cfr. 6.2) y la "y" se traduce por un punto, la "o" por una coma y la "o bien" por un punto y coma (cfr. 4.2. Tercero).

Ejemplos: 1) "Cuando es auténtico es antiguo y si es falsificado es moderno" = $1/13/2 \cdot (-1;2) \cdot -1/13/-2 \cdot (-1,-2)$.

2) "Es falso que cuando es auténtico es antiguo o es falso que si es falsificado es moderno" = $-(1/13/2 : (-1;2)) \cdot -(-1/13/-2 \cdot (-1,-2))$.

10.3. *Cálculo matemático del condicional compuesto.*

Para simplificar la *escritura numérica* del condicional compuesto, se hace el siguiente cálculo matemático:

Primero: Se simplifica cada condicional simple quitando los "menos" y ordenando los términos.

Segundo: Si las tres conjunciones conectivas que aparecen en la *escritura numérica* simplificada son iguales, se forma, por la propiedad conmutativa y asociativa, un conjunto con los dos que tienen barras y otro con los dos que tienen paréntesis. Si no son iguales las tres conjunciones, requiere cálculos más largos que exceden la intención de este artículo.

Si tomamos los ejemplos anteriores, resulta:

$$1) 1/13/2 \cdot (-1;2) \cdot -1/13/-2 \cdot (-1,-2) = 1/13/2 \cdot (-13;23) \cdot 1/15/2 \cdot (13,-23) = 1/13/2 \cdot (24;23) \cdot 1/15/2 \cdot (13,14) = 1/13/2 \cdot 1/15/2 \cdot (34) \cdot (134) = 1/1/2 \cdot (34).$$

$$2) -(1/13/2 \cdot (-1;2)), -(-1/13/-2 \cdot (-1,-2)) = 1/-13/2, -(-13;23), -1/-13/-2, -(13,-23) = 1/-13/2, -(24;23), 1/-15/2, -(13,14) = 1/-13/2, -(34), 1/-15/2, -(134) = 1/24567/2, 1/23467/2, (12), (2) = 1/234567/2, (12).$$

10.4. Relaciones reales y mentales entre dos proposiciones.

De manera análoga a lo indicado en 5.4 las relaciones reales entre dos proposiciones se expresan por conjuntos unitarios y las relaciones mentales por los demás conjuntos. En el primer ejemplo considerado en 10.3 se ha obtenido el conjunto 1/1/2 que corresponde a la relación de equivalencia. El 1/3/2 corresponde a la condición suficiente pero no necesaria, el 1/5/2 a la condición necesaria pero no suficiente, el 1/2/2 a la oposición suficiente y necesaria, es decir, a la contradictoria, el 1/4/2 a la oposición suficiente pero no necesaria, es decir, a la subcontraria, el 1/6/2 a la oposición necesaria pero no suficiente, es decir, a la contraria, y el 1/7/2 a la relación de independencia.

10.5. Número de posibles relaciones entre dos proposiciones.

Como la *escritura numérica* del condicional tiene un primer conjunto que coincide con la *escritura numérica* de

la proposición en la Lógica de proposiciones, al número 128 calculado en 5.5 hay que multiplicarlo por 16, que es el número de conjuntos distintos que se pueden obtener con los números 1234 que forman el conjunto universal²⁹, lo que da un total de dos mil cuarenta y ocho condicionales distintos.

Si además tenemos en cuenta que cada uno de estos condicionales puede adoptar formas gramaticales distintas y que hay una gran variedad de conjunciones conectivas, resulta al combinar todas estas posibilidades un número de muchos millares, lo que hace pensar en la gran utilidad de un lenguaje que exprese de un modo unívoco cada condicional, como ocurre con el *lenguaje numérico*.

10.6. *Cálculo matemático de las contradicciones, consistencias y tautologías.*

Para calcular matemáticamente si un condicional compuesto es una contradicción o una consistencia se traduce cada uno de los conjuntos de la *escritura numérica* simplificada por la expresión "es una consistencia" o por "no es una consistencia" según que el conjunto lo sea o no; es decir, según que el conjunto tenga algún número o sea el conjunto vacío.

Y la expresión "es una consistencia" se traduce por 13 y el "no" por un "menos" y la conjunción de modo ya sabido, y se hace el cálculo indicado en 4.3.

Ejemplo: 1) "Si está caliente quema, y si está caliente no quema" = $1/13/2 \cdot (-1,2) \cdot 1/13/-2 \cdot (-1,-2) = 1/13/2 \cdot (-13,23) \cdot -1/15/2 \cdot (-13,-23) = 1/13/2 \cdot (24,23) \cdot 1/26/2 \cdot (24,14) = 1/13/2 \cdot 1/26/2 \cdot (234) \cdot (124) = 1/0/2, (24)$.

Y traducimos el primer conjunto que es vacío por "no es una consistencia" y el segundo que no es vacío por "es una consistencia" y se traduce a números:

29. J. ROSELLÓ, *Op. cit.*, p. 392.

“no es una consistencia” y “es una consistencia” = -13 .
 $13 = 24$. $13 = 0$.

Y se toman los comunes a este resultado y al 13 que significa “es una consistencia” y resulta el 0.

Y como este resultado final es distinto del 13, el condicional compuesto no es una consistencia. Por lo tanto es una contradicción.

De manera análoga se calcula matemáticamente si un condicional es una tautología. Se traduce cada uno de los conjuntos de la *escritura numérica* simplificada por la expresión “es una tautología” o por “no es una tautología” según que el conjunto lo sea o no; es decir, según que el conjunto sea el universal o no. Y se hace el mismo cálculo anterior.

Ejemplo: 2) “Es falso que cuando está caliente quema, o es falso que cuando no está caliente quema” =
 $= -(1/13/2 \cdot (-1;2))$, $-(-1/13/2 \cdot (-1;2)) = 1/-13/2$,
 $-(-13;23)$, $-1/-13/2$, $-(13;23) = 1/-13/2$, $-(24;23)$,
 $1/-24/2$, $-(12) = 1/-13/2$, $1/-24/2$, $-(34)$, $(34) =$
 $= 1/24567/2$, $1/13567/2$, (12) , $(34) = 1/1234567/2$, (1234) .

Y traducimos los dos conjuntos por “es una tautología”, ya que lo son:

“es una tautología” o “es una tautología” = 13, $13 = 13$.

Y se toman los comunes a este resultado y al 13 que significa es una tautología y da el 13. Luego el condicional compuesto es una tautología.

10.7. El razonamiento con condicionales compuestos.

Para calcular matemáticamente un razonamiento cualquiera, simple o compuesto, que relacione dos condicionales cualesquiera, simples o compuestos, se procede de la siguiente manera:

Primero: Se escriben numéricamente los dos condicionales y se simplifican (cfr. 10.2 y 10.3).

Segundo: Se hace el mismo cálculo estudiado para los razonamientos con condicionales simples (cfr. 7.2 y 7.3 y 8.2 y 8.3 y 9.3).

Ejemplo: 1) "Es falso que si estudia es perezoso o es falso que si es perezoso estudia" es condición suficiente o bien es condición necesaria de "cuando estudia no es perezoso y cuando no es perezoso estudia".

"Es falso que si estudia es perezoso o es falso que si es perezoso estudia" = $-(1/13/2 \cdot (-1,2))$, $-(2/13/1 \cdot (-2,1)) = 1/-13/2$, $-(-13,23)$, $2/-13/1$, $-(-23,13) = 1/-13/2$, $-(24,23)$, $1/-15/2$, $-(14,13) = 1/-13/2$, $1/-15/2$, $-(234)$, $-(134) = 1/24567/2$, $1/23467/2$, (1) , $(2) = 1/234567/2$, $(12) = 13$, $23 = 123$.

Cuando estudia no es perezoso y cuando no es perezoso estudia" = $1/13/-2 \cdot (-1;-2) \cdot -2/13/1 \cdot (-2;-1) = -1/15/2 \cdot (-13;-23) \cdot 2/24/1 \cdot (23;13) = 1/26/2 \cdot (24;14) \cdot 1/24/2 \cdot (12) = 1/26/2 \cdot 1/24/2 \cdot (12) \cdot (12) = 1/2/2 \cdot (12)$.

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a éstos y a los correspondientes del antecedente:

$$1/2/2 \cdot (12).$$

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y se añade un "menos" al 13, porque el conjunto $1/2/2$ es distinto del correspondiente del antecedente:

$$-13 \cdot 23 = 24 \cdot 23 = 2.$$

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta el 2.

Y como este resultado final es distinto del antecedente, la condición suficiente es falsa.

Para calcular la condición necesaria, basta añadir un "menos" al antecedente y al consecuente en los resultados finales del cálculo anterior:

$$-(1/234567/2, (12)) = 1/-234567/2 \cdot -(12) = 1/1/2 \cdot (34) = 13 \cdot 23 = 3.$$

$$-(1/2/2 \cdot (12)) = 1/-2/2 \cdot -(12) = 1/134567/2 \cdot (34).$$

Y se sustituyen estos dos conjuntos por los comunes a éstos y a los correspondientes del antecedente:

$$1/1/2 \cdot (34).$$

Y se traducen por el 1 y el 2 seguidos del 3, y sin ningún "menos", porque son iguales a los del antecedente:

$$13, 23 = 123.$$

Y se toman los comunes a este resultado y al antecedente y resulta: 3.

Y como este resultado final es igual al antecedente, la condición necesaria es verdadera.

Por tanto:

"condición suficiente o bien condición necesaria" = "no es verdadero" o bien "es verdadero" = $-13 ; 13 = 24 ; 13 = 1234$.

Y tomando los comunes a este resultado y al 13 que significa "es verdadero" da el 13. Luego el razonamiento compuesto es verdadero.

CONCLUSION

Para terminar este artículo queremos destacar que el interés que le vemos al *lenguaje numérico* no se limita a poder resolver matemáticamente los numerosos razonamientos que acabamos de ver, pues lo que realmente nos parece importante es haber dado un paso más en la creación de un lenguaje simbólico nuevo que resuelve automáticamente los problemas lógicos sin tener que plantearse los y que cumple todas las leyes del pensamiento sin necesidad de tenerlas en cuenta.

Es posible que algún lector piense que es más sencillo resolver mentalmente tales razonamientos en vez de usar el método que hemos propuesto. Sin embargo, debe considerar que no todas las personas tienen la capacidad intelectual que él posee. Además esa capacidad la ha adquirido a lo largo de muchos años, mientras que a ese método le habrá dedicado una lectura, tal vez rápida. Y sobre todo hay que tener en cuenta que el *lenguaje numérico* se puede aplicar a razonamientos mucho más complejos.

En efecto, para no salirnos de la intención informativa de estas páginas, nos hemos impuesto la restricción de plantear razonamientos en los que intervienen solamente dos partículas elementales, dos conceptos en la primera parte y dos proposiciones en la segunda, y sólo hemos utilizado las palabras lógicas más sencillas: "todos", "los", "alguno", "ser", "estar", "es falso", "no" y las conjunciones.

Sin embargo, si se quita esa restricción y se abordan razonamientos con cualquier número de conceptos y de proposiciones, y se amplía el número de palabras lógicas, aparece toda la riqueza de matices del lenguaje corriente y su inmensa variedad de expresión, sin que el método propuesto tenga que sufrir complicaciones notables. Por lo menos, hasta donde hemos podido llegar en nuestro trabajo. Resulta fácil, por ejemplo, la solución de todos los problemas del silogismo, al que le dimos ya estructura matemática en otra publicación³⁰.

Esos resultados más amplios³¹ son, ciertamente, los que justifican el uso corriente del *lenguaje numérico*, pues lo expuesto hasta ahora sirve simplemente como un método pedagógico para enseñar Lógica, y precisamente para eso lo estamos usando en nuestras clases de Lógica Matemática.

Sin embargo queda abierta la esperanza de un uso frecuente del *lenguaje numérico*, de igual forma que las operaciones aritméticas no se emplean solamente para enseñar algunos conceptos matemáticos especialmente formativos, sino para resolver los problemas aritméticos de la vida diaria.

30. J. ROSELLÓ, *Cálculo matemático del silogismo clásico*, volumen 8 de la colección "Algarrobo", Universidad de Piura, Perú, 1972.

31. J. ROSELLÓ, *Lógica matemática y lenguaje numérico*, Universidad de Piura. Perú (en preparación).

**SANTO TOMAS Y SAN BUENAVENTURA
FRENTE AL «MAL USO»**

JOSÉ IGNACIO SARANYANA