DE GEOMETRÍA Y ARQUITECTURA

José Antonio Ruiz de la Rosa

Breve análisis del papel de la Geometría como tradición operante en Arquitectura y su importancia para el control formal llevado a cabo por el arquitecto. De las dos posibles ramas: la geometría 'práctica o fabrorum' y la geometría 'teórica', que tienen un mismo origen y un desarrollo distinto, la primera el del empirismo y de aplicación en los oficios (el más antiguo), la segunda el de la reflexión intelectual que deviene en ciencia. De como esta geometría fabrorum fue la base para el desarrollo de la geometría teórica, que posteriormente se deslinda de la geometría práctica hasta la Edad Moderna, etapa en que ambas vuelven a converger, y como esta hipótesis puede rastrearse en mmss y tratados. En la etapa de tránsito gótico-renacentista se analizan especialmente algunas cuestiones del "libro de geometria"contenido en el ms de Hernán Ruiz como clave para entender el salto cualitativo que se produce.

LA 'TRADICIÓN GEOMÉTRICA' ARQUITECTÓNICA

Los estudios realizados sobre la historia de la geometría establecen dos etapas bien diferenciadas cuya inflexión se sitúa hacia el siglo III a.C., fecha en que se produce la sistematización racional llevada a cabo por la cultura griega, cuyo buque insignia es la síntesis conocida como los *Elementos* atribuida a Euclides.

Las mismas hipótesis establecen que hasta entonces los conceptos geométricos habrían ido surgiendo de la observación de la naturaleza, constituyendo, en palabras de Luis Moya, una "geometría natural o de la simple visión", de carácter empírico, cuya base argumental se encuentra en la filosofía aristotélica[1], en los conceptos de espacio limitado ligados a la experiencia, que contiene 'lugares' significativos y 'caminos', en profunda conexión con el 'movimiento'.

No está nada claro si la concepción espacial era cerrada, ¿espacio limitado?, o de múltiples espacios, ¿superpuestos?, o si estas hipótesis restan mucho de la realidad. Fuera lo que fuera, esta concepción fenomenológica, alejada (distinta) de la abstracción euclídea, es la que parece estar presente en la arquitectura de tal periodo histórico.

"La mayoría de las ordenaciones monumentales de los Griegos, en su época más pura y mejor, son inexplicables desde los *Elementos* de Euclides y, por tanto, desde la intuición vulgar del espacio que tenemos hoy"[2].

La geometría que pudiera derivarse, ¿visual?, estaría de acorde con la filosofía.

"No sé cual sería el sentido de la geometría entre aquellos arquitectos, pero seguramente su sistema preeuclidiano debió ser más complicado y, al mismo tiempo, más cercano a la naturaleza menos abstracto que el de Euclides"[3].

Las mismas hipótesis apuntan que hasta la segunda mitad del VII a.C., el saber matemático tuvo en Grecia el carácter de conjunto de técnicas y conocimientos de utilidad práctica, propio de las culturas arcaicas. Fueron las influencias del Próximo Oriente y la cultura egipcia las que permitieron que en sólo tres siglos se pasara de este nivel empírico a otro más intelectual, base de la ciencia geométrica occidental durante muchos siglos[4].

Thales de Mileto puede ser considerado como el iniciador de una geometría de regla y compás y el primero en utilizar conceptos abstractos tales como los términos relación y proporción, que tanto juego han dado como vocablos ligados a la Arquitectura.

Pero el salto definitivo de la observación empírica a la reflexión científica se produjo con la escuela pitagórica que, centrada en la investigación aritmética, consolidó el espíritu científico reconocido por Proclo. Pitágoras, educado según Jámblico en las culturas egipcias y oriental, fue finalmente el artífice del teorema por el que la ciencia de los números alcanza su mayor proyección hasta la aparición del concepto de número irracional, *alogos* o incalculable[5], que sin embargo está presente en las figuras geométricas más simples, en los polígonos regulares, las más frecuentes en la geometría plana de regla y compás y la de los poliedros

1. Aristóteles y los Escolásticos.

2. MOYA, L., "La Geometría de los arquitectos griegos pre-euclidianos". Discurso en la RABBAA de San Fernando, Madrid, 15-11-1953, p. 34.

3. MOYA, L., "Datos sobre la composición arquitectónica en la Grecia Clásica", en *Revista Nacional de Arquitectura*, 97, 1950, p. 29.

4. Las fuentes documentales son escasas, anterior al siglo IV aC sólo se encuentran unos fragmentos de Gémino a los que Proclo hace referencias en su prólogo al Comentario de los Elementos de Euclides, y que se refiere a una clasificación de las matemáticas. Por ella sabemos del nacimiento de la Geometría como agrimensura en Egipto, de la exactitud aritmética fenicia, y que Thales llevó al ciencia a la Helade además de aportar descubrimientos. Cfr. REY, A., *L'apogée de la science technique grecque*, tomo II, París, 1948, p. 7; y FARRINGTON, B., *Mano y cerebro en la Grecia Antigua*, Madrid, 1974, pp. 23-63.

5. Las investigaciones sobre números irracionales, siempre por aproximación, se deben entre otros a: Teodoro de Cirenne, Theetetes, Demócrito, Hipias, Arquitas y Platón. Cfr. COLERUS, E., *Breve Historia de las Matemáticas*, Madrid, 1972, tomo I, pp. 29 ss.

Tradiciones operantes en Arquitectura

1. Aproximación con números enteros a las proporciones de los polígonos regulares

2. Proporciones con números enteros

3. Proporciones con números irracionales

4. Aproximación con números enteros a la cuadratura del círculo

1

√3=1.732
6/3.5=1.714

√2=1.414
7/5=1.4
10/7=1.428

ø=(1+√5)/2=1.618
8/5=1.6
13/8=1.625

θ=1+√2=2.414
√2=1.414
7/5=1.4
10/7=1.428

2

3

4

(h. 1700 aC)
Ci: ø=9 partes. Cu: 10 partes
Aproximación: Aci/Acu=0.994
Aproximación: Acu/Aci=1.005

Ms: fol.19r,20r,34v,36r.
Durero (L.II, fig.35).
Ci: ø=8 partes. Cu: 10 partes
Aproximación: Aci/Acu=1.005
Aproximación: Acu/Aci=0.995

Fig. 1. Tradiciones operantes en la Arquitectura. Relaciones entre aritmética y geometría. (Dibujo del autor).

regulares. Hipócrates de Chios fundamenta la geometría del círculo, y así, lo esencial de la geometría de regla y compás, de la geometría del arquitecto, quedó establecido entre los años 450 y 350 a.C.: rectas, polígonos, círculos, ángulos y algunos criterios de simetría y semejanza. Euclides lo codificó y sistematizó hacia el 320 a.C. y tal obra fue la base de los conocimientos del oficio de la arquitectura hasta el Renacimiento.

Limitándonos a la geometría de regla y compás, surge la cuestión de si es la arquitectura quien toma sus conocimientos de la geometría, o si es esta quien elabora sus conceptos a partir de los conocimientos y necesidades de los oficios, en especial de la construcción. Abel Rey mantiene esta segunda opinión, el nacimiento de la geometría se debe a las necesidades del arquitecto, del astrónomo, del agrimensor, ..., el camino va de lo concreto a lo abstracto, de la construcción a la geometría[6].

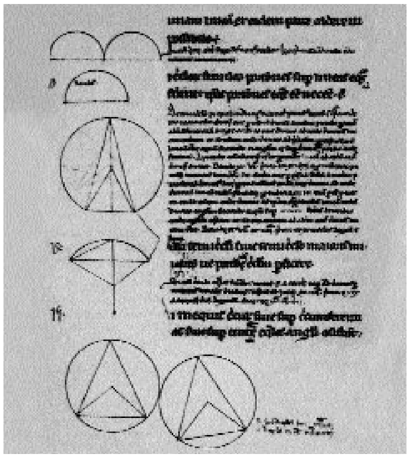
Pero no nos interesa sólo esta geometría, conversión científica de las anteriores técnicas geométricas, como geometría práctica de uso en los oficios. Ello nos daría una visión parcial y sesgada de la ciencia geométrica, al eliminar toda referencia a la geometría teórica, la auténtica ciencia geométrica.

Desde principios del siglo IV a.C. la geometría extiende su campo de las curvas a compás a las curvas 'mecánicas'[7], de las figuras planas a la estereometría de los sólidos, y cuando la geometría supera los límites de las necesidades de los oficios, la regla, el compás, quedan como instrumentos para dibujar y construir mientras que las nuevas 'máquinas' y el análisis geométrico se sitúan a la vanguardia del conocimiento, la geometría como ciencia sigue su propio camino, quedando su aplicación a la arquitectura anclada a la geometría elemental, de regla y compás, la que se maneja con instrumentos, la geometría práctica. La geometría teórica, la de vanguardia, sólo incidirá en los oficios de forma puntual, dando solución a problemas inalcanzables para el técnico.

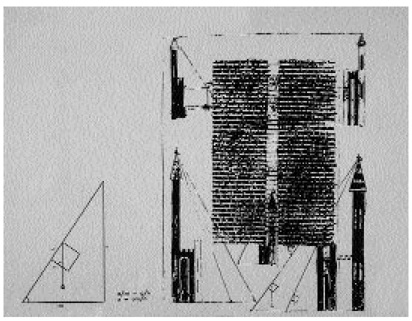
Así se inician dos caminos diferentes, el de la ciencia geométrica y el de la geometría de los oficios (fig. 1). Este último sólo interesado en lo necesario y suficiente para poder hacer, en la habilidad operativa, ajeno a reflexiones profundas de carácter teórico, al menos hasta la etapa renacentista, de profesionales más científicos, que intentarán aproximar los dos saberes, de fusionar teoría y práctica, como es el caso que aquí abordamos.

6. REY, A., *La juventud de la ciencia griega*, México, 1961, p. 177.

7. Estas nuevas curvas resuelven problemas que aparecerán en los oficios a finales de la Edad Media. La *cuadratriz* de Hipias, permitirá abordar la trisección de un ángulo y la cuadratura del círculo, es decir, una aproximación a la constante inconmensurable π. La *concoide* de Nicomedes y la *cisoide* de Diocles, la duplicación del cubo o la solución geométrica a una raíz cúbica. Las *cónicas* de Apolonio. Las *espirales* de Arquímedes. etc. En los tratados renacentistas pueden rastrearse estas soluciones, por métodos de aproximación, como una constante de la vanguardia geométrica en el campo de los oficios.



2



3

GENERACIÓN DEL ELEMENTO BASE SEGUN LINEA DE EJES

GENERACIÓN DEL ELEMENTO BASE SEGUN EJES Y ANCHO DE CINTA

PROPORCIONES EN NÚMEROS ENTEROS DE LA ESTRELLA. LADO DE LA CUADRÍCULA DIVIDIDO EN CINCO PARTES

PROPORCIONES EN NÚMEROS ENTEROS DE LA PIEZA. LADO DE LA CUADRÍCULA DIVIDIDO EN CINCO PARTES.

4

Fig. 2. Traducción de los *Elementos* de Euclides. Siglo XIII. (Tomado de Thuillier).

Fig. 3. *Géométrie pratique*. Siglo XIV. Propuestas para medición de distancias y alturas. (B.N., ms. n.a. lat. 1893, fol. 44v.)

Fig. 4. Fórmulas numérico-geométricas islámicas. Yesería de una casa nazarí en la calle del cobertizo nº 4 de Granada. (Dibujo del autor).

En los últimos siglos del Imperio Romano se pierde toda pista documental del desarrollo de la geometría, que se reduce a aquellas cuestiones más elementales de los Elementos de Euclides y algunas enseñanzas de la escuela pitagórica con mayor atención al carácter simbólico de los números que a sus posibilidades de cálculo. En el comienzo de la alta Edad Media eran pocos los que podían dedicarse al estudio y desde luego quedaba fuera del alcance de los artesanos y profesionales de la construcción.

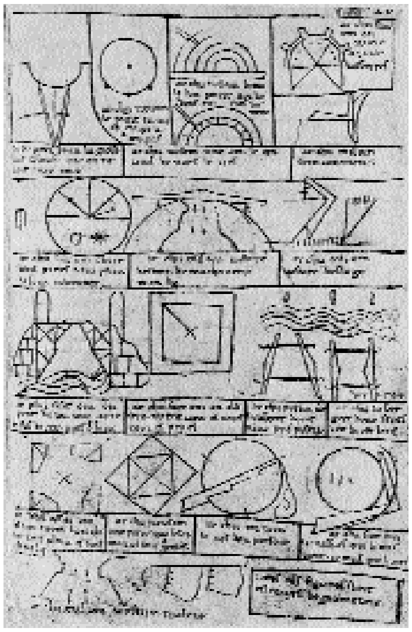
Este estado latente no implica la desaparición de ninguna de las dos ramas enunciadas, la teórica y la práctica. De hecho, Papus de Alejandría en el siglo tercero, se refiere por primera vez a esta distinción. En su obra *Sinagoge*[8] sobre geometría griega y otras cuestiones teóricas y prácticas, que gozó de gran autoridad en aquellos momentos, se dice: "... los mechanicos de la Escuela de Herón dicen que la mecánica puede dividirse en una parte 'teórica' y otra 'manual', la teórica está compuesta de geometría, aritmética, astronomía y física; la manual por los trabajos del metal, construcción, carpintería y arte de la pintura, y la ejecución práctica de estos asuntos"[9]. El texto es importante y aún más cuando se apoya en Herón de Alejandría[10], gran experto en estereometría. Parece lógico pensar que la mecánica práctica está recogiendo la tradición de los conocimientos de arquitectura entre otros.

Será Martianus Capella en su trabajo enciclopédico quién sistematice las artes liberales del *trivium* (gramática, retórica y dialéctica) y del *quadrivium* (aritmética, geometría, astronomía y música). En este momento la ciencia teórica tiene establecidos sus cauces. La lengua natural

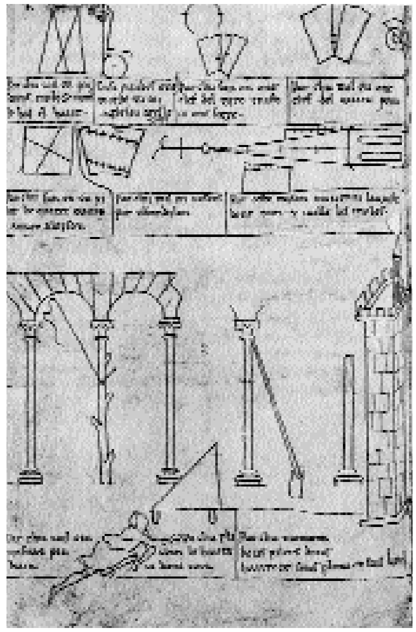
8. PAPPUS, *Sinagoge mazematique*, obra en ocho libros (algunos perdidos) que recoge los conocimientos de su época: aritmética, proporción, poliedros, análisis geométrico, mecánica, ... Esta última era la recopilación de los conocimientos teóricos del *quadrivium* y los manuales de los oficios y las artes. Cfr. DOWNEY, G., "Byzantine Architects: their training and methods" en *Byzantion*, 18, 1946-48, pp. 106-7.

9. DOWNEY, op. cit.

10. Herón, matemático griego de finales del siglo II a.C, autor de escritos de geometría y mecánica que nos han llegado parcialmente. Cfr.: HULTSCH, *Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae*, Berlín, 1864. Sobre mecánica, HULTSCH, 1877. Cfr. COLERUS, op. cit, p. 96.



5 a



5 b

Fig. 5. Geometría para el oficio. Siglo XIII: Villard de Hônnecourt. *Cuaderno de notas*, fol. 20 y 20v. (B.N. de París, n.1993).

para desarrollar estos conocimientos es el latín, alejado de los hombres dedicados a los oficios, que normalmente hablaban dialectos.

La geometría se estanca e incluso retrocede y, hasta avanzada la Baja Edad Media, no recuperará el protagonismo alcanzado en la cultura griega. Será la aritmética sostenida en la aritmología, "*numerus est qui cuncta disponit*", la que mantenga el nivel y avance tímidamente aunque en una dirección poco operativa. Boecio[11], Casiodoro[12] e Isidoro de Sevilla[13] son nombres destacados de esta etapa del siglo V al VII.

Si en occidente la ciencia helénica fue decayendo lentamente, mejor suerte corrió en oriente donde se fundió con otras aportaciones culturales[14]. Asimilada por el Islam, volvió de nuevo a occidente para ser difundida en Escuelas donde se enseñaba tanto los *Elementos* como el *Almagesto*. Durante tres siglos, del IX al XII, los conocimientos científicos permanecen en manos musulmanas: Al-Kuwarizmi[15] trabaja con algoritmos, Al-Carchi con irracionales, etc., separando nítidamente el álgebra y la aritmética de la geometría.

A principios del XII se funda la escuela de traductores de Toledo cuya misión fundamental era verter al latín los textos antiguos que ahora podían leerse en árabe y que durante toda la alta edad media habían estado perdidos para Europa[16] (fig. 2). Ello supuso un gran enriquecimiento para la ciencia medieval de occidente que pudo recuperar los conocimientos del mundo clásico. En el campo de la geometría esto sería esencial para el desarrollo del gótico.

Durante esta etapa de escasas aportaciones a la ciencia, la *geometría fabrorum* se mantenía como geometría de regla y compás trasmitida asistemáticamente y de forma fragmentaria por tradición oral dentro de los gremios de los oficios.

La síntesis realizada por la ciencia musulmana fue la que desarrolló al máximo las posibilidades de la geometría aplicada a los oficios de la construcción[17]. Bajo los diseños de arquitecturas, yeserías, mocárabes o alicatados musulmanes existen fórmulas geométricas sencillas, manipuladas con habilidad y profesionalidad, cuya base reside en la geometría euclídea y cuyo corpus es técnico, de desarrollo empírico, lo que hemos denominado *geometría fabrorum* (fig. 4). Tales reglas tienen estrecha relación con las empleadas en Europa y Oriente próximo[18] y asimiladas por el mundo islámico, estos antiguos procedimientos siguieron en uso y evolucionaron.

La rama teórica, a principios del XII, nos ofrece nuevas pistas documentales. La vieja distinción entre teoría y práctica de Pappus de Alejandría vuelve a aparecer en *Practica Geometriae* (1125-

11. Boecio, autor de "De consolatione arithmeticae" y "Geometria Euclidis a Boethio in latinum translata" localizadas en mmss del XI y XII, transmitió al medievo buena parte de la ciencia antigua, reelaborando los trabajos de Euclides, Nicómaco y Ptolomeo y algunas aportaciones de la agrimensura romana, bajo una base filosófica platónico-pitagórica. Cfr. BRUYNE, E., *Estudios de Estética Medieval*, Madrid, 1958, vol.1, pp. 13-43.

12. Sobre Casiodoro cfr. LÓPEZ GONZÁLEZ, S., *Ciencia y técnica en la Edad Media. Aspectos de la Geometría medieval*, Valladolid, 1985, pp 84 ss; y BRUYNE, op. cit, pp. 44-83.

13. Isidoro, educado en la Escuela de San Leandro de Sevilla, donde se impartía el *trivium* y *quatrivium*, reúne en sus "Etimologías" todo el saber de su época: artes liberales, ciencia, técnica, historia, religión, ... Pero su geometría es una compilación incompleta de Euclides, con pocas demostraciones y muchos errores; puede decirse que ha experimentado cierta regresión. Cfr. FONTAINE, J., *Isidore de Sevilla et la culture classique dans l'Espagne Wisigothique*, París, 1959, pp 369-393; BRUYNE, op cit, pp 84-119; CERVERA VERA, L., *El códice de Vitruvio hasta sus primeras versiones impresas*, Madrid, 1978, pp. 36 ss y 150 ss.

14. Por ejemplo la muy avanzada ciencia hindú base del sistema de numeración decimal que actualmente tenemos.

15. Al-Huwârizmî hacia el siglo IX escribió sobre al-gabr (álgebra), una aritmética (de la que se conserva una edición en latín: "algoritmi de numero indorum") y un tratado de geometría. Cfr. MIELI, A., *Panorama general de la Historia de la Ciencia. II. El mundo Islámico y el Occidente Medieval Cristiano*, México, 1946; LEWIS, B./ PELLAT, Ch./ SCHACHT, J., *Encyclopédie de l'Islam*, tomo IV, París, 1965.

16. Personajes destacados son: Gundisalvo, Juan de Sevilla, Gerardo de Cremona, Roberto de Chester, Adelardo de Bath... entre otros. Cfr. MURDOCH, J.E., "The Medieval Euclid: salient aspects of the translations of the Elements...", en *Revue de Synthèse 84*, 1968, pp. 67-74; GIMPEL, J., "Sciences et techniques des mâitres maçons du XIII siècle" en *Techniques et Civilisations II*, 5-6, 1953, p. 148.

17. VAGNETTI, L., *L'Architetto nella storia di occidente,* Firenze, 1973, p. 136.

18. RUIZ DE LA ROSA, J.A., "La Arquitectura Islámica como forma controlada. Algunos ejemplos en al-Andalus", en *Arquitectura en al-Andalus. Documentos para el siglo XXI.* Madrid, 1996, pp. 27-54.

30) de Hugo de San Victor, para el que la geometría teórica es la que investiga mediante la especulación racional, y la geometría práctica es la que lo hace por medio de instrumentos. No obstante hay que subrayar el carácter esencialmente métrico que se atribuye a la geometría práctica[19].

Algo similar ocurre en la obra de Gundisalvo, una geometría teórica basada en *operatio, scientia e inventio*, y una práctica que se ocupa de las dimensiones y formas de los objetos, es decir de la métrica (igual que San Victor), pero para Gundisalvo esta geometría práctica tiene como finalidad enseñar a hacer, a construir, y sus agentes son los mensores y artesanos, *scientia de ingeniis* aplicada en los oficios por medio de los instrumentos[20].

La *Practica geometriae* escrita en 1220 por Leonardo de Pisa (conocido por Fibonaci), escrita en latín y dirigida a la gente culta, en la que él mismo comenta que "...este tipo de soluciones no son las usadas por los agrimensores, que prefieren proceder de acuerdo al método *vulgarem* ...", sigue la tradición de la geometría teórica y aplica el álgebra a la solución de problemas geométricos, algo novedoso en occidente[21], pero alejado de las utilidades de la geometría para idear y construir.

No obstante, avanzado el siglo XIII, comienzan a aparecer obras escritas de *geometría práctica* dirigidas a profesionales de los oficios, las primeras conocidas, como la anónima *Pratike Geometrie* en dialecto picardo, no en latín, con cuestiones de agrimensura y astronomía[22], igual que un manuscrito en la misma lengua conservado en la Biblioteca de *Sainte Geneviève*[23]. Del XIV también se conservan algunos testimonios (fig. 3).

Pero quizás la obra más conocida sea el *Cuaderno de notas* de Villard de Hônnecourt, maestro cantero del XIII, en la que parece seguir la tradición constructiva del gremio. Conjunto asistemático de dibujos, textos y enseñanzas del oficio con fuerte presencia de la *geometría fabrorum*, aunque el manuscrito no sea exactamente un trabajo de geometría tal como venimos definiendo[24]. Según proclama el propio autor, el contenido trata "la técnica del dibujo tal como lo enseña y requiere el arte de la geometría" (fol 1v). Otro anotador del cuaderno, el desconocido magister 2, habla de la "técnica de las formas". Es decir, una geometría como instrumento de control formal (fig. 5).

La complejidad creciente de los edificios góticos daría una preponderancia cada vez mayor a los métodos de la *geometría fabrorum*, capaces de coordinar a través de fórmulas geométricas la totalidad de los elementos y detalles de la construcción. Las fórmulas son trazados proporcionales que ligan unos elementos con otros con independencia de la unidad de medida empleada en cada edificio[25]. Este proceder general se apoyaba en otros recursos no necesariamente geométricos, procedentes también del conocimiento empírico atesorado en los gremios y transmitido oralmente mediante aprendizaje manual.

La matemática quedaba lejos de los arquitectos, canteros y artesanos que trabajaban en la construcción, cuyos conocimientos eran eminentemente prácticos, alejados de los teóricos de esta ciencia. Cuando el problema lo requería en casos especiales, se recurría a un experto matemático para resolver. Tal es el caso del asesoramiento de Stornaloco para el diseño y construcción de la Catedral de Milán (XIV)[26], que concebida *ad triangulum* (alzado principal y sección transversal según triángulo equilátero), planteaba la dificultad de medir las alturas en función de la base, es decir resolver medidas múltiplos y submúltiplos de $\sqrt{3}$[27].

Cualquier regla numérica para control de proporciones tenía que basarse en números enteros y a ser posible sencillos, como los recomendados por Stornaloco, o bien en reglas geométricas aprendidas con los años y usadas con habilidad, de proporciones implícitas que el cantero no era siempre consciente de su empleo, pues confiaba en el 'orden superior' de la geometría.

La Edad Media, utiliza la tradición geométrica de base euclídea apoyada en procedimientos empíricos largamente elaborados, leyes simples que permitían, paso a paso, generar y coordinar formas complejas. Que las reglas del oficio, los fundamentos de la *geometría fabrorum*, fueran simples no quiere decir que su aplicación fuera fácil, de hecho, el aprendizaje gremial era largo y penoso y sólo algunos iniciados alcanzaban el grado de maestro.

Los gremios de la construcción fueron el medio de difusión de esta tradición geométrica. En estos centros de formación profesional se aprendían y evolucionaban los conocimientos prácticos de geometría entre otros, sobre los que se guardaba un estricto secreto gremial, hoy conocidos gracias a la publicación de algunos tratados medievales tardíos[28] (fig. 6).

19. HUGO DE SAN VICTOR, *Geometria Practicae*, MS lat. París, Maz. 717: "*Omnis geometrica disciplina aut theorica est, id est speculativa, aut practica, id est activa*". Cfr. BARON, R., "Sur l'introduction en Occident des termes 'geometria theorica et practica'", en *Revue d'Histoire des Sciences et de leurs applications*, vol 8, 1955, pp. 298-302.

20. Cfr. SHELBY, L.R., "The geometrical knowledge of mediaeval master masons", en *Speculum*, XLVII, nº 3, 1972, pp. 395-421.

21. La edición completa de sus obras en Boncompagni, Roma, 1857-1862.

22. SHELBY, op. cit, p. 405.

23. GIMPEL, op. cit, p. 149.

24. VILLARD DE HÔNNECOURT (1175-1240), *Cuaderno de notas*, Bibliothèque Nationale, París, MS fr 19093. Cfr. BUCHER, F., *Architector. The Lodge Books and Sketchbooks of Medieval Architects*, vol I, New York, 1979; ERLANDE-BRANDENBURG et al, *Villard de Honneourt*, Madrid, 1991.

25. Cfr. SHELBY, L.J., *Gothic design techniques*, Illinois, 1977; RUIZ DE LA ROSA, J.A., *Traza y Simetría de a Arquitectura*, Sevilla, 1987, capítulo 5.

26. Anales de la Catedral de Milán publicados en *Analli della fabbrica del Duomo di Milano dall'origine fino al presente*, Milán, 1877-1885. Cfr. FRANKL, P., "The secret of the mediaeval masons", en *Art Bulletin*, 27.1, 1945, pp. 46-55, que incluye el trabajo de Panofsky "An explanation of Stornaloco's formula"; ACKERMAN, J., "Ars sine scientia nihil est: Gothic theory of Architecture at the Catedral of Milan" en *Art Bulletin*, 31, 1949, pp. 84-111.

27. Los cálculos de irracionales se hacían por aproximación, con ayuda de una tabla de cuadrados y fórmulas como la de Pisano $\sqrt{N}=(N+n^2)/2n$, donde n es el mayor número entero cuyo cuadrado es menor que N, lo que demuestra que desde Arquímedes se había avanzado muy poco en el manejo de estos números. Pero estas fórmulas requieren el uso de una numeración decimal, y aunque esta era conocida en la Europa del XIV, su uso no estaba extendido ni sus posibilidades bien entendidas, y se seguía con la numeración romana. Así fue el informe que suministró Stornaloco junto con un esquema de la sección del templo; con números romanos, sin signos aritméticos, la fórmula resulta ininteligible. La interpretación y discusión es un trabajo magistral de Panofsky al que remitimos, pero en definitiva para un ancho de 96 codos milaneses de la fachada, la altura debía de ser aproximadamente de 84 codos. La propuesta práctica para la construcción era medir con varas de 8 codos en horizontal y de 7 codos en vertical, lo que aproxima h/l=7/8" ≈ $\sqrt{3}/2$ a las centésimas (h/l=0,875 ≈ 0,866). Es evidente que si el manejo de un irracional era tan penoso para un matemático, no es probable que formara parte del conocimiento de los artesanos.

28. El *Cuaderno de notas* de Villard, anteriormente citado. O los tratados sobre arquitectura gótica realizados por algunos maestros canteros en época tardía, para perpetuar estos conocimientos: RORICZER, *Büchlein von der fialen Gerechtigkeit* (Ratisbona 1486); *Wimpergbüchlein* (ms copia en Colonia); SCHMUTTERMAYER, *Fialenbüchlein* (incunable 1498); LECHLER, *Unterweisung* (ms copia en Colonia); *WG* (Cuaderno de Frankfurt, 1572); o los trabajos de RODRIGO GIL DE HONTAÑÓN, capítulos I a VI de la obra de Simón García *Compendio de Arquitectura Simetría de los templos* (ms en Biblioteca Nacional, 1681-83); WOLFGANG RIXNER (Cuaderno de Viena 1445-1515); JACOB STROMMER (Cuaderno, 1561-1614); Cuaderno de Dresde (Blioteca Nacional de Viena, 1544-67). Algunos sin estudiar a fondo en la actualidad. Cfr. SHELBY, *Gothic design* ..., op cit; RUIZ DE LA ROSA, *Traza y* ..., op. cit, capítulo 5.

Especialmente citamos un trabajo del maestro Matthäus Roriczer bajo el título *Geometría Deutsch*, escrito en Ratisbona hacia 1490, porque de alguna forma arroja luz sobre los conocimientos de geometría de un arquitecto gótico tardío[29]. Un opúsculo con once ilustraciones sobre ciertas operaciones de geometría, a modo de consejos útiles. Un documento de geometría fabrorum de finales del XV (fig. 7).

Por el contenido de la citada 'geometría' se puede valorar, por un lado el corpus constitutivo de la geometría práctica medieval a finales del XV, y por otro el nivel de conocimientos geométricos de un importante profesional. En síntesis, todo lo que explicita sobre conocimientos de geometría se reduce a siete breves fórmulas: a) determinar dos rectas perpendiculares entre sí, b, c, d) trazado de un pentágono, heptágono y octógono regular, e) cálculo gráfico del desarrollo de una circunferencia, f) determinar el centro de un arco, y g) obtener un triángulo de área igual a la de un cuadrado dado o viceversa.

Todas las ilustraciones se resuelven con regla y compás, y un somero análisis basta para comprobar que tres construcciones son exactas (a, d, f) y cuatro resuelven por aproximación (b, c, e, g), pero todas cumplen su cometido con un grado de precisión sobrado[30].

Fig. 6. Plantilla geométrica para diseño gótico. Siglo XV. Propuestas de "cuadratura" por Roriczer. (Nuremberg Stadtbibliothek, Math. 484).

EL TRÁNSITO GÓTICO-RENACENTISTA

El importante cambio que se produce en el tránsito de la etapa medieval a la época del Humanismo, puede llevarnos a pensar en una ruptura con todo lo anterior. Nada más lejos de la realidad.

Cuestiones de carácter general como son, el mayor conocimiento y preparación científica de los arquitectos, la proclamación del valor propio de la parte reflexiva e intelectual de su trabajo, la autonomía del proyecto respecto a la posterior ejecución de la obra y sus técnicas de apoyo, la recuperación de valores suministrados por los tratados y lectura de la arquitectura clásica, el mayor respaldo científico de los medios de control de la forma, el nuevo concepto espacial, sus posibilidades de articulación e inicio de una gramática para su control gráfico, el planteamiento y racionalización de las técnicas de figuración dentro del concepto de espacio infinito, continuo, capaz de ser representado, avalan tales cambios, entre otros muchos conceptos y apreciaciones.

Pero también es cierto que estos novedosos cambios, no resultaron por generación espontánea, como nada lo es en la Historia de la Arquitectura, cuyos logros siempre están apoyados en experiencias anteriores sometidas a procesos evolutivos más o menos acelerados.

Las raíces conceptuales han sufrido un cambio sustancial, mientras la arquitectura medieval derivaba las formas de unas técnicas empíricas surgidas de la experiencia en el oficio, de carga científica muy limitada, instrumentada por una geometría elemental de resultados prácticos sorprendentes, lejos de ser comprendida en su lectura matemática pero hábilmente manejada en sus logros formales, la arquitectura renacentista es el resultado de una elección cultural, investigación del repertorio formal de la antigüedad clásica, donde se codifican y establecen cánones de proporción que emanan de los órdenes, fundido con innovaciones personales de los maestros. La geometría deja un mayor protagonismo a la metrología y los números.

La Historia demuestra un solape de siglos entre la producción gótica y renacentista. Pero es quizás menos conocido, como afamados arquitectos del movimiento de vanguardia no abandonaron radicalmente los conceptos que apoyaban la práctica profesional medieval, más bien los fundieron, alteraron y acomodaron hasta consolidar el nuevo *modus operandi*. No cabe hablar de tradiciones perdidas, más bien de evolución de unas técnicas nacidas del oficio que adquieren soporte científico que las mejoran, transforman y potencian sin solución de continuidad hasta nuestros días.

ELECCIÓN DE UN AUTOR Y UNA OBRA

La investigación sobre un ejemplo práctico para poder rastrear el tránsito entre la arquitectura que agoniza y la que florece, se nos brinda a la perfección al reunir unos requisitos de partida

29. RORICZER, M., *Geometría Deustch*, Ratisbona, 1490, ed. orig. Würzburg Universitätsbibliothek I.t.q. XXXX,. Cfr. SHELBY, *Gothic...*, op. cit, pp. 113-23.

30. En la determinación gráfica del desarrollo de la circunferencia se obtiene un valor de $\pi \approx 22/7 = 3{,}1428 \approx 3{,}1416$ (aproximación de milésima). En la igualdad de áreas entre cuadrado y triángulo, el valor de $\sqrt{3} \approx 16/9 = 1{,}777 \approx 1{,}732$ (aproximación de centésima).

Fig. 7. Contenido gráfico comentado de la *Geometría Deutsch* de Roriczer. Siglo XV. (Dibujo del autor).

A

"Hacer una escuadra verdadera".
Trazar dos segmentos que se corten y con centro en dicho punto "e" una circunferencia cualquiera.

B

Trazar un pentágono regular dado un lado.
Determinar circunferencias de centro "a", "b" y "d".
y rectas "fe" y "ge" para obtener los vértices "h" y "k".

C

Trazar un heptágono regular.
Determinar el segmento "ab" y el perpendicular "ec"; "ed" es el lado.

D

Trazar un octógono regular.
A partir de un cuadrado, girando la semidiagonal.

E

"Hacer una línea circular recta"
Dividir el diámetro en 7 partes iguales y tomar (7x3)+1=22 partes para la longitud.

F

Determinar el centro de una arco.
Con centros en "c", "d", "g" y "h" trazar circunferencias y unir los puntos "e,f" y "k,i" de intersección para obtener "l".

G

Determinar un cuadrado de igual área que un triángulo.
Dividir el lado en 3 partes iguales y tomar 2 como lado del cuadrado.

M. Roriczer: "Geometría Deutsch".
Síntesis del contenido.
Geometría fabrorum medieval.
(Dibujos y letras según publicación original, complementados con las líneas a trazos).
Propuestas A, D y F exactas.
Propuestas B, C, E y G por aproximación.

7

excepcionales: un arquitecto de categoría con una preparación comprobada, un manuscrito sobre arquitectura que se le atribuye, un momento histórico y situación geográfica adecuados. Nos referimos a Hernán Ruiz II y su obra manuscrita conocida como *Libro de Arquitectura* situados en la Sevilla del siglo XVI.

El manuscrito, atribuido a Hernán Ruiz Jiménez[31], depositado en la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, es un compendio de materias propias del conocimiento de un arquitecto[32], más o menos ordenadas por 'libros', con una presentación fundamentalmente gráfica. El manuscrito es, por tanto, un documento imprescindible para valorar los conocimientos de un arquitecto renacentista hacia mitad del XVI.

¿Qué cuestiones geométricas trata? Son numerosas y dispares: conceptos, instrumentos (definiciones), elementos básicos (líneas, ángulos, polígonos, ...), métrica, construcción de figuras y secciones planas, proposiciones de equivalencia y proporción, representación de cuerpos (poliedros platónicos) con sus desarrollos planos, y espirales. La curiosidad, capacidad reflexiva y analítica de nuestro autor, que queda bien reflejada a lo largo de toda la obra, nos permite apreciar que, si bien fue poca su aportación personal sobre cuestiones geométricas, si obtuvo máximo rendimiento de su aprendizaje y conocimientos, aportando puntos de vista, apreciaciones y aplicaciones personales, que superan con creces la atribución de copista que parece tener asignado, y convierten el manuscrito en un rico legado.

El manuscrito y en especial el libro de geometría se nutre de numerosas fuentes, de las que sólo cita a Euclides, quizás por ser de obligada referencia como primer compilador de la ciencia geométrica, aunque curiosamente pudo ser uno de los textos que nuestro autor nunca tuvo en sus manos y por tanto no utilizó de una manera directa. No cabe duda que los contenidos de geometría incorporados en el manuscrito están basados en fuentes y conocimientos publicados o existentes en la época, pero también resulta evidente que tales préstamos son analizados, asimilados y mejorados en muchos de los casos, con aportaciones personales lúcidas que implican un compromiso más allá del mero coleccionismo o epígono. Pienso que las materias agrupadas en el manuscrito sirvieron a su autor para aprender dibujando (lo que implica análisis, comprensión, y práctica), coleccionar lo más avanzado de estos conocimientos, recordar sobre dibujos ordenados y correctos, disponer de un material pedagógico de uso exclusivo y de posible publicación llegado el caso.

31. MS conocido por *Libro de Arquitectura*, Biblioteca de la Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid, signado "raro nº 16". No aparece firma en el texto, pero por los estudios realizados las hipótesis apoyan esta autoría. Cfr. NAVASCUÉS, P., *El libro de Arquitectura de Hernán Ruiz, el Joven*, Madrid, 1974; o AAVV, *Libro de arquitectura*, (facsímil y estudios), Sevilla, 1998.

32. Según orden de aparición: Traducción parcial del texto de Vitruvio, Geometría, 'Trasferente', Relojes solares, Órdenes clásicos, Perspectiva, Traza de edificios y portadas, Anatomía, Escaleras, ..., como más destacados.

Si el autor del manuscrito es Hernán Ruiz II, sus conocimientos del oficio y entre ellos los de geometría debieron comenzar a temprana edad, de la mano de su padre Hernán Ruiz 'el viejo'[33], experto maestro cantero de evidente formación medieval, como ya se ha comentado. Así, nuestro autor comenzó por aprender el arte de la geometría en la acepción que acuña este término en la baja edad media, de cuya arquitectura conocemos hoy sobradamente que la base del diseño formal era esencialmente geométrica[34].

Esta hipótesis sobre la temprana y medievalista formación de nuestro personaje, de comienzo docente gremial, de fundamentos prácticos, de trabajo 'mecánico', está fundada en su biografía[35] y en ciertas aportaciones contenidas en el propio manuscrito (fol. 23v, 46v, 79v y especialmente 65v), propuestas basadas en tales preceptos de control de la forma arquitectónica[36], y otras ilustraciones en las que subyace la base geométrica de polígonos inscritos y circunscritos, como herencia latente aplicada a conocimientos más avanzados (fol. 23r, 38v, 41v), material que más adelante comentaremos. El libro de geometría, indiscutiblemente un trabajo de vocación renacentista, mantiene un fuerte débito con el saber del medievo.

Esta importante formación como cantero, su innata capacidad para el ejercicio de la arquitectura, y sus ansias de conocimiento, favorecida por el momento histórico, cultural y artístico incluida la ubicación geográfica, le llevó a superar la formación paterna, y con cierto carácter autodidacta, imbuirse en la nueva arquitectura apoyado en el quehacer de arquitectos y publicaciones contemporáneas: Riaño, Siloe, ..., entre los primeros, o los tratadistas Alberti, Durero, Serlio, Vitruvio, etc, como demuestra tanto la relación de libros en propiedad referida en su testamento y desgraciadamente incompleta[37], como algunos textos y dibujos del propio manuscrito similares o iguales que los de tales tratados.

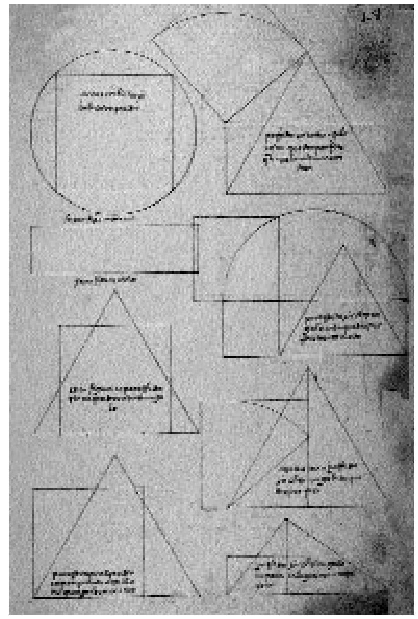


Fig. 8. Manuscrito de Hernán Ruiz, fol. 18r.

No obstante los importantes cambios, en la Sevilla de mediados del XVI se sigue suscitando un debate de arraigo medieval, la conveniencia o no de traducir del latín a lengua vernácula los saberes de geometría, pues al decir de los sesudos que monopolizaban la ciencia "*el andar las fcientias en lengua vulgar es hazerlas Mechanicas*"[38]. Esto es indicativo de que aún perduraban las dos ramas de la geometría, la teórica y la práctica, y aquel que procediera del mundo de los oficios tendría que aplicarse a conciencia para instruirse en la aún secretísima ciencia, que al decir de un humanista como Çamorano "lo principal que tiene en las artes la Archiectura ... de donde más fe ayuda, es de la Geometría. Y affi fe vee claro que por falta de efta fciencia fe han caydo muchos hedificios, ... fin la cual a ninguna cofa de las que hazen fe le puede dar buena proportion y medida".

Referente a la geometría, no cabe la menor duda de que existe una gran influencia de la obra de Euclides en el manuscrito, como en todos los trabajos sobre geometría de esta época. Igual que no cabe duda, por mera comparación visual, de los débitos del manuscrito con las publicaciones de Durero y de Serlio, más a Durero que a Serlio como se comprobará. De Serlio toma figuras y texto, al ser el italiano bastante comprensible. De Durero, cuyo libro de *jumetria e alquitatura* tenía en su biblioteca[39], edición probablemente latina, opino que serían las ilustraciones la principal fuente de provecho, al no estar capacitado para traducir el texto. Efectivamente, puede observarse en el manuscrito que Hernán Ruiz interpreta muy bien a Durero en los dibujos pero no coincide con la doctrina de los textos aportados por el alemán, a veces más rica o sofisticada que las habituales a su alcance. Rastrear otras posibles fuentes resulta más dificultoso.

¿Cuántas fueron conocidos por nuestro autor? Es difícil saberlo, tan sólo podemos establecer algunas comparaciones de contenido de cierto parecido, quizás porque sean cuestiones de aplicación geométrica de validez casi universal, bien que en estos momentos ciertas cuestiones de geometría estaban estereotipadas, quizás porque subyace la influencia de ciertos tratados principales.

El manuscrito, el *De varia*..., de Juan de Arfe, y la traducción de Euclides por Çamorano, entre otros, nos aportan una visión más que significativa del nivel de conocimientos de la Sevilla del XVI, y de la circulación, en ciertos círculos profesionales, de publicaciones como las obras de Serlio y Durero[40].

SOBRE EL "LIBRO DE GEOMETRIA"

Por motivos de prudente extensión de este artículo, tomemos algún ejemplo de la geometría del

33. Un dibujo del manuscrito está firmado por Hernán Ruiz "el viejo" (fol. 61v). El apodo parece referirse al ascendiente del autor de la obra, que incorpora a sus folios un ejercicio gráfico del padre. Otra prueba a favor de que el manuscrito es una adición de temas.

34. RUIZ DE LA ROSA, *Traza y* ..., op. cit, pp. 263 ss.

35. MORALES, A., *Hernán Ruiz* "el Joven", Madrid, 1996, pp 129 ss.

36. RUIZ DE LA ROSA, J.A., *Quatro edificios* sevillanos, Sevilla, 1996, pp 49 ss.

37. LÓPEZ MARTÍNEZ, C., Desde Jerónimo Hernández hasta Martínez Montañés, Sevilla, 1929, pp 138-40.

38. ÇAMORANO, R., *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*, Sevilla, 1576, 7v. Comenta las críticas y murmuraciones que su traducción suscitó entre algunos, aunque él lo realizó "pareciendome mejor el prouecho que a los unos hazia" pues "los authores que al principio las fcribieron, las dexaron fcriptas en lengua que entonces era tan vulgar como aora lo es la nueftra".

39. Este libro y otro de 'León Baptista Alberto', lega en testamento a su hermano Francisco Sánchez.

40. Çamorano en el fol. 5v cita a 'Leon Baptista Alberto' y 'Alberto Durero' cuando habla de lo necesario que es la geometría para pintores, escultores y arquitectos.

Fig. 9. Equivalencia de áreas entre polígonos. Durero, *Underweysung*, Nuremberg, 1525. (Portland, 1972). Libro II fig. 29.

ms, para rastrear la pervivencia de tradiciones anteriores y el salto cualitativo que se produce en esta época. En concreto nos vamos a centrar en un problema geométrico de constante presencia en el oficio de la construcción: la equivalencia de áreas.

En el fol 18r (fig. 8), el autor nos propone dos columnas de ilustraciones con clara intención sobre la equivalencia de áreas entre polígonos: la izquierda recupera la tradición medieval sobre estas cuestiones, algo ya comentado anteriormente; la derecha se adentra en proposiciones de mayor calado geométrico, derivadas directamente de las euclídeas y las aplicaciones pitagóricas. Es decir, la columna izquierda pertenece a la tradición de la geometría *fabrorum*, una geometría elemental, empírica, de aproximación; la columna derecha atiende a los conocimientos del XVI, consolidados con las aportaciones, mejor asimiladas, de la geometría griega, de soporte científico. En esta segunda opción, de aplicaciones rigurosas y exactas, el autor ofrece profusión de ejemplos, algunos de autoría propia. En ningún trabajo de la época, al menos que conozca, esta prolijidad es tan acusada como en el manuscrito.

La figura 3 de la columna izquierda, 3i[41], trata de la reducción de un cuadrado en triángulo equilátero, o bien a la inversa, para ello se ha dividido el lado del cuadrado en cuatro partes y se toman seis para el lado del triángulo. La aproximación de áreas no es muy ajustada (16 para el cuadrado y 15,59 el triángulo, error de 0,41, dando valor 2 a las partes). Algo similar encontramos, como hemos visto con anterioridad, en trabajos de maestros góticos como Roriczer[42] que toma para el lado del cuadrado dos partes y tres para el triángulo, es decir la misma proporción, igual que Durero en Underweisung (II,29) (fig. 9). Son temas de geometría práctica.

La figura 4i es una variante de la anterior donde un vértice del cuadrado y del triángulo coinciden; en este dibujo hay que hacer notar un error subsanado por el autor, pues se aprecian restos de dos líneas entintadas y raspadas que determinaban un cuadrado mayor que el actual existente.

El autor se refiere a una figura tradicional de la geometría *fabrorum*, una equivalencia de áreas por aproximación, inexacta pero válida para su uso en los oficios; nos demuestra dominio sobre el conocimiento medieval, pero da un paso más y en figuras sucesivas ofrece nuevas fórmulas basadas en proposiciones euclídeas de resultado exacto. Se ha superado la fórmula empírica de aproximación conseguida tras muchos años, mediante una reflexión intelectual que permite un trazado geométrico de total exactitud.

Así, las figuras 1d, 2d y 3d también resuelven la misma proposición que la 3i y 4i aunque el procedimiento no es de aproximación por números enteros sino un proceso más ajustado de resultado, más teórico-geométrico. Una, la 2d, responde a la proposición griega de respuesta exacta, las otras dos (1d y 3d) son variaciones personales, muy prácticas, de operativa más simple, que demuestran la inquietud de nuestro personaje, la única objeción, que el resultado es aproximado, aunque una aproximación espléndida (relación entre áreas: 15,75 cuadrado a 15,59 triángulo, error de 0,16, dando como antes valor 6 al lado del triángulo).

El ejemplo 2d se basa en proposiciones del libro de los Elementos (I, 41 y II, 14)[43], primero se obtiene el rectángulo de altura la mitad que el triángulo equilátero, es decir de igual área que este, (la comparación de áreas de los triángulos rectángulos que se forman es evidente, ver figura 4d), para posteriormente determinar el lado del cuadrado (fig. 10). Este proceder está recogido por Durero en su libro II (ver la figura 9), y por Serlio en los folios 5 y 6 (fig. 13). A partir de esta demostración es fácil comprobar la magnitud del lado del cuadrado con la aproximada de los ejemplos 1d y 3d (ambos iguales pero en distinta posición), en ellos el lado del cuadrado es la distancia vértice de rectángulo-vértice de triángulo o vértice de triángulo-punto medio de altura, es decir, la hipotenusa de un triángulo rectángulo, de base y altura, la mitad del lado y de la altura del triángulo equilátero[44] (fig. 12).

Hay que observar que en la columna derecha se controla el ancho de las figuras de partida (lado del triángulo o diámetro de la circunferencia) por lo que el resultado final se escapa de los márgenes del pautado y llega a invadir la columna izquierda, incluso se sale del folio por la parte superior. Ello corrobora que los dibujos no están pasados a limpio ni son copia de otros realizados con antelación, como apuntan algunas hipótesis.

La figura 2d va a ser utilizada en numerosas propuestas del manuscrito, bien por pura repetición como ocurre en 36vbis,3, bien como un paso intermedio o final de un procedimiento más complejo[45]. Con el uso de estas proposiciones de Euclides, se dispone de una fórmula geométrica para el cálculo gráfico exacto de la raíz cuadrada de cualquier cantidad, basta darle al rec-

41. Utilizaremos abreviaturas para designar las figuras, así 3i es tercera de la columna izquierda, 2d, segunda de la derecha, etc.

42. RORICZER, *Geometría* ..., op. cit, nº 11 f 4v.

43. *Elementos*, (I,41) (II,14). Cfr. PUERTAS, M.L., traducción al castellano de los *Elementos* de Euclides, Madrid, 1991-96, pp 252 y 258, obra que sigue el texto griego fijado por HEIBERG, *Euclides opera omnia*, Leipzig, 1883-86, y la revisión hecha por STAMATIS, *Euclides Elementa*. Leipzig, 1969-73. "Si un paralelogramo tiene la misma base que un triángulo y está entre las mismas paralelas, el paralelogramo es el doble del triángulo". / "Construir un cuadrado igual a una figura rectilínea dada". En síntesis, si al rectángulo obtenido por la proposición I,41, se alarga el lado mayor con el menor y se toma tal magnitud como diámetro de una semicircunferencia, la vertical por el punto de unión de ambos lados hasta el arco de circunferencia mide el lado del cuadrado de área igual al rectángulo. La demostración la ofrece Euclides.

44. La medida del lado del cuadrado obtenido en el ejemplo 2d, es ligeramente menor que la obtenida en 1d o 3d, como fácilmente puede demostrarse.

45. Citamos los folios: 18v, 19r, 19v, 20v, 36vbis y 96r (este, ya muy avanzada la obra).

46. O bien a y b de forma que a x b = n.

Cálculo de valores irracionales.
Euclides II, 14.
Fórmula geométrica para el cálculo gráfico de la raíz cuadrada de n y n+1.
Ejemplo para n=2. Rectángulo de partida de lados 2 y 1.
Procedimiento gráfico exacto.

10

Ms: fol. 18r, 2d.
Euclides L.I,41 y L.II,14.
Durero L.II, fig. 29.
Área triángulo “abc” igual área rectángulo “abde”.
Área rectángulo “abde” igual área cuadrado “efgh”.
Procedimiento exacto.

12 i

Ms: fol. IBr. Superposición de las figuras 1d y 2d.
Procedimiento de la figura “2d” exacto.
Procedimiento de la figura “1d” por aproximación.
Detalle del error cometido en la “1d” (ampliado 20:1).

12 d

Hernán Ruiz. Fol. 19
Aplicaciones de áreas

Calcular el área de una forma irregular mediante la conversión en rectángulo. Calcular el cuadrado del igual área.
(Euclides 1.43 y II.14)

11

Fig. 10. Proposiciones de Euclides para equivalencia de áreas. Estudio de propuestas de Hernán Ruiz. (Dibujos del autor).

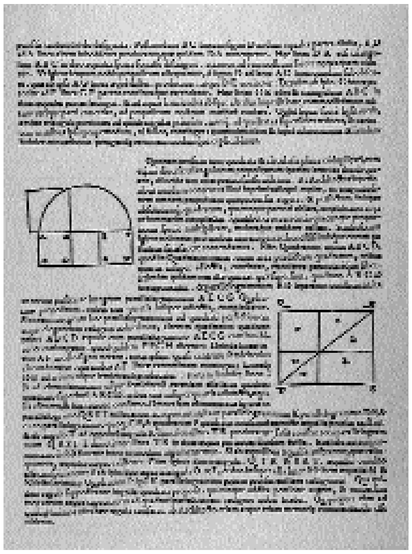
Fig. 11. Equivalencia de áreas entre polígonos. Análisis del folio 19r (fig. 3 del manuscrito). (Dibujo del autor).

Fig. 12. Proposiciones de Euclides para equivalencia de áreas. Estudio de propuestas de Hernán Ruiz. (Dibujos del autor).

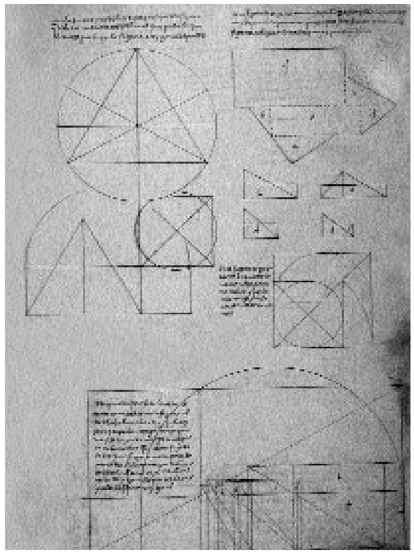
tángulo de partida el valor 1 y n a sus lados[46], para obtener la raíz de n.

Destaquemos la propuesta tercera del folio 19r (fig. 14), que ocupa casi todo el ancho de ambas columnas, de cierta confusión gráfica y numerosas correcciones, culminación del proceso iniciado en las cinco primeras figuras de la columna derecha. Se basa una vez más en la 18r,2d de igualdad de área entre un rectángulo y un cuadrado, e incluye un texto (bellamente compuesto dentro del cuadrado) igualmente confuso[47], en el que hace referencia al de la figura 1d. En realidad superpone la propuesta 18r,2d (Elementos II,14) con la proposición euclídea I,43 (aplica-

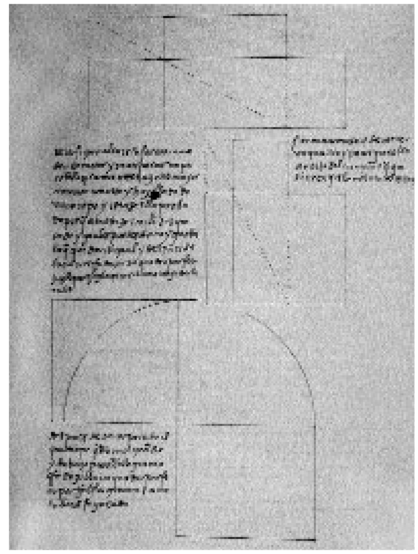
47. “Este quadro perfeto tiene en si tanta cantidad como la figura alta, dicha helmua in otropelia, y reduzense los tetragonos pequeños y se hazen un cuerpo con el grande de la manera que en esta figura se bee por figura con su prueba, como se bee claramente por la linea trasbersa que, como dize Euclides, quien de yguales partes saca yguales, lo que queda es ygual.”



13



14



15

Fig. 13. Equivalencia de áreas entre polígonos. Serlio. *D'Architettura*, Libro I, París, 1545. (Venecia, 1600). Primo libro, fol. 6.

Fig. 14. Manuscrito de Hernán Ruiz, fol. 19r.

Fig. 15. Manuscrito de Hernán Ruiz, fol. 36vbis.

ción de áreas pitagórica), esta última se aprecia en el rectángulo (el mayor del dibujo) circunscrito al cuadrado (final) y paralelogramo (de partida) donde procede a establecer igualdades entre los complementos[48], como plantea en el folio 36vbis[49] (fig. 15). El proceso seguido es el siguiente (fig. 11): los triángulos de las figuras 1d a 5d, se convierten en rectángulos, y estos igualan uno de sus lados al lado menor del rectángulo 'f', para finalmente obtener un cuadrado de igual área que la figura 1d. La 'línea trasversa' (sube de izquierda a derecha) a que hace referencia el texto es la diagonal del rectángulo grande (antes mencionado), y se repite en los restantes rectángulos marcadas con unas letras que se refieren a las figuras 1d a 5d. Esta figura podría estar basada en una interpretación de las propuestas de Serlio, folios 6r a 7v, sobre igualdad y proporción de áreas. El mismo tema es abordado por Durero en las figuras 31 y 33 del libro II. (Compárese con la ilustración 20v,1i).

Las figuras 1d, 2d, 3d, 4d y 5d, basadas en Euclides (I,45), están tomadas de Serlio (I,6v/7r/7v), y entre todas constituyen una explicación de cómo reducir una figura de muchos lados desiguales en paralelogramos y controlar su área total. Nuestro autor desmenuza las operaciones a realizar con todos los triángulos (Serlio sólo con uno), pero no da el paso final indicado por el boloñés para representar el área total en un único rectángulo, obtenido por aplicación de áreas sucesivas, algo que dibujará en la figura 3i antes comentada y en el posterior folio 36v bis, donde indica con mayor claridad los pasos a seguir.

Igualmente se acometen cuestiones de equivalencia de áreas entre círculos, cuadratura de la circunferencia, rectificante de la misma, ampliación del cubo (entre ellas, el histórico problema de la duplicación), y otras cuestiones geométricas para el control de la forma, pero éstas podrán tratarse en otra ocasión.

Valgan los ejemplos propuestos como referentes del salto cualitativo que se percibe en la formación del arquitecto 'moderno', siempre respetuoso con aquellas tradiciones que durante tanto

48. "Complementos" (*parapleromata*) son la figuras que quedan entre los paralelogramos situados en torno a la diagonal y complementan el paralelogramo. Cfr. PUERTAS, op. cit, p. 253.

49. La primera figura del 36vbis "... como se a de meter y encorporar..." dos paralelogramos (en el dibujo rectángulos) "... y hazellos todo un cuerpo ...", está basada en las aplicaciones de áreas pitagóricas, y utiliza la proposición euclídea (I,43). Dos rectángulos, uno grande, otro pequeño dispuesto encima, deben convertirse en uno solo (el inferior total). Uno de los paralelogramos (el pequeño) es el complemento, uno de cuyos lados menores prolonga para aplicar la diagonal y hacerlo igual al cuadrado derecho, el otro complemento susceptible de sumarse con el rectángulo inicial y obtener la solución. El texto también comenta que si el rectángulo final lo quieres convertir en cuadrado de igual área se haga "... por regla general, como tengo declarado", refiriéndose a los folios 18 y 19 del manuscrito (lugar donde debía estar ubicada esta ilustración), y a la tercera figura de este folio donde realiza la operación a partir de la segunda ilustración.