Efecto deformador de la solicitación normal

FAUSTINO N. GIMENA RAMOS, DR. ARQUITECTO

RESUMEN. ***Partiendo de las hipótesis de comportamiento se determina la deformación que produce la solocitación normal en un punto de la directriz de la pieza estructural.***

SUMMARY. Beginnig with the hypothesis of Behaviour, the distortion produced by normal application is determined in a point of the geometrical direction of the structural piece.

INDICE GENERAL

1. Hipótesis de comporatamiento 2. Dilatación y tensión normal 3. Deformación de la solicitación normal

1. HIPOTESIS DE COMPORTAMIENTO

En las piezas de sección llena o hueca, las tensiones y dilataciones pueden determinarse admitiendo las siguientes hipótesis simplificadoras:

Primera hipótesis. Las componentes σ_y, σ_x, τ_{yz} del tensor de tensión son nulos.

Segunda hipótesis. La componente normal de la tensión σ_x es función únicamente de la solicitación normal N, M_y, M_z y las componentes tangenciales τ_{xy} τ_{xz} únicamente de la solicitación tangencial V_y, V_z, T.

De esta hipótesis se deduce (figura 1):

$$N = \iint_A \sigma_x \, dy \, dz$$

$$M_y = \iint_A \sigma_x \, z \, dy \, dz$$

$$M_z = \iint_A \sigma_x \, y \, dy \, dz$$

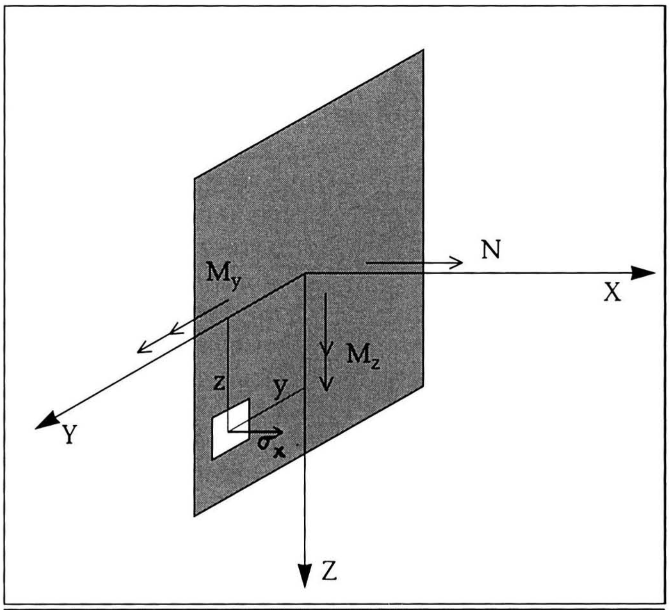

Figura 1
Tensión y solicitación normal

Tercera hipótesis o de NAVIER-BERNOULLI. Una sección después de la deformación se mantiene plana, es decir gira alrededor de una recta L (figura 2), denominada línea neutra.

2. DILATACION Y TENSION NORMAL

La dilatación, al admitir las tres hipótesis de comportamiento, tiene la expresión matemática de un plano:

$$\varepsilon_x = \alpha + \beta y + \gamma z$$

donde el valor de α es igual a la dilatación en el punto P de la directriz $y = 0$, $z = 0$, por tanto se puede expresar como ε_{px}.

Derivando respecto de y la función dilatación, se determina el valor de β, cuya expresión es:

$$\beta = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial y} = \operatorname{tg} \theta_{pz} \approx \theta_{pz}$$

siendo θ_{pz}, el giro unitario de un punto P de la directriz respecto a z.

Derivando respecto de z la función dilatación, se determina el valor de γ, cuya expresión es:

$$\gamma = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial z} = \operatorname{tg} \theta_{py} \approx \theta_{py}$$

siendo θ_{py}, el giro unitario de un punto P de la directriz respecto a y.

En consecuencia la expresión de la función dilatación es:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{px} + \theta_{pz}\, y + \theta_{py}\, z$$

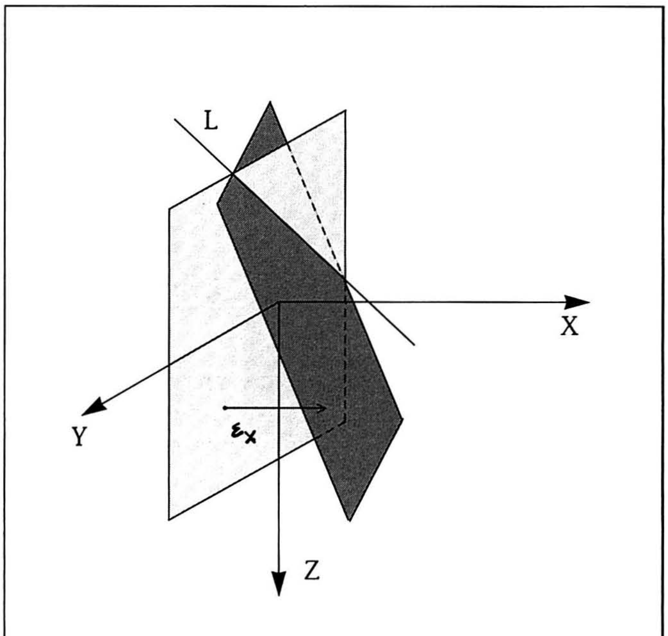

Figura 2
Deformación plana

Si la pieza está constituida por un material elástico homogéneo e isótropo se puede aplicar la **ley de Hooke**, por tanto:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E\varepsilon_{px} + E\theta_{pz}\, y + E\theta_{py}\, z$$

y sustituyendo en las expresiones deducidas de la segunda hipótesis, se obtiene:

$$N = E\, \varepsilon_{px}\, A$$

$$M_y = E\theta_{pz}\, I_{yz} + E\theta_{py}\, I_y$$

$$M_z = E\theta_{pz}\, I_z + E\theta_{py}\, I_{yz}$$

de donde, las expresiones de dilatación y tensión son:

$$\varepsilon_x = \frac{N}{E\,A} + \frac{M_z\, I_y - M_y\, I_{yz}}{E\,(I_y\, I_z - I_{yz}^2)}\, y + \frac{M_y\, I_z - M_z\, I_{yz}}{E\,(I_y\, I_z - I_{yz}^2)}\, z$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_z\, I_y - M_y\, I_{yz}}{I_y\, I_z - I_{yz}^2}\, y + \frac{M_y\, I_z - M_z\, I_{yz}}{I_y\, I_z - I_{yz}^2}\, z$$

3. DEFORMACION DE LA SOLICITACION NORMAL

Igualando las dos expresiones de la dilatación, se obtiene la deformación producida por la solicitación en un punto P de la directriz de la pieza, que son:

$$\varepsilon_{px} = \frac{N}{E\,A}$$

$$\theta_{pz} = \frac{M_z\, I_y - M_y\, I_{yz}}{E\,(I_y\, I_z - I_{yz}^2)}$$

$$\theta_{py} = \frac{M_y\, I_z - M_z\, I_{yz}}{E\,(I_y\, I_z - I_{yz}^2)}$$

En casos particulares, los ejes Y, Z, coinciden con los ejes de inercia de las sección, por tanto el efecto deformador de la solicitación es:

$$\varepsilon_{px} = \frac{N}{E\,A}$$

$$\theta_{pz} = \frac{M_z}{E\,I_z}$$

$$\theta_{py} = \frac{M_y}{E\,I_y}$$

Estos valores se utilizan para determinar la deformación de la pieza.