

Gráficas de sollicitación y deformación en unos casos particulares de acción y de sustentación en una pieza semicircular

D. FAUSTINO N. GIMENA RAMOS, DR. ARQUITECTO

1. INTRODUCCION

Representar gráficamente la sollicitación y deformación es interesante para ver como está trabajando la pieza estructural. De esta forma se observan las secciones de la pieza sometida a un determinado esfuerzo o momento, así como los giros y desplazamientos que sufren estas secciones

En este artículo se presentan las gráficas de sollicitación y deformación en unos casos particulares de acción y de sustentación en una pieza semicircular.

2. ANALISIS DE LAS GRAFICAS

La representación en el espacio de la directriz de una pieza curva es en general difícil y lo es más la de su deformada. En este artículo se ha representado por un segmento recto la longitud total de la directriz de la pieza curva. Por tanto se puede tomar desde el extremo izquierdo del segmento (extremo I de la pieza curva) hasta un punto de este segmento la longitud del arco. El extremo derecho de la gráfica coincide con el extremo II de la pieza.

En el eje vertical se representan, en el primer conjunto de gráficas la sollicitación de cada sección, y en el segundo conjunto la deformación. Las escalas a las que se representan los valores máximo y mínimo de éstas, apareciendo indicadas las escalas de cada gráfica a su derecha. Esto permite medir directamente sobre la gráfica la sollicitación y deformación de una sección cualquiera, por lo que se indican con valor numérico solo valores significativos. Las piezas que no están sometidas a un

tipo de sollicitación o deformación son representadas por la desarrollada de la directriz.

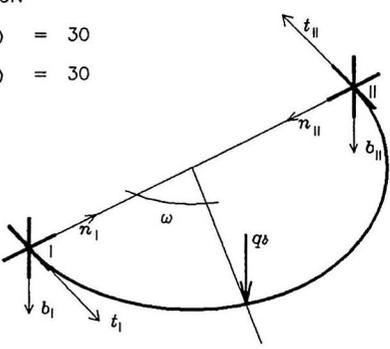
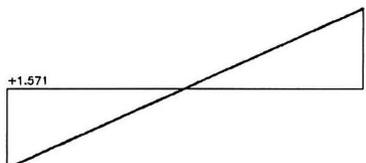
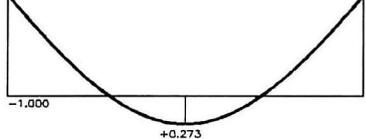
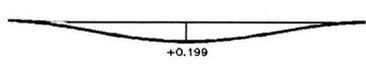
Las gráficas representan claramente los valores máximo y mínimo, y las posiciones de las secciones a las que se corresponden.

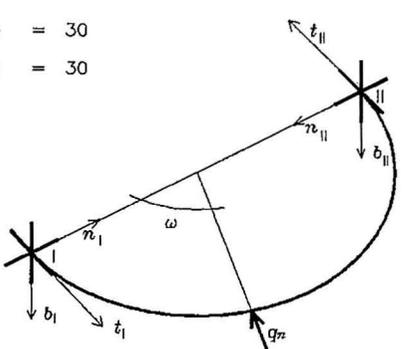
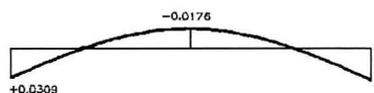
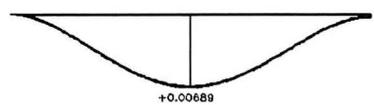
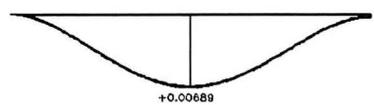
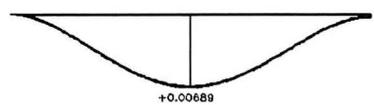
3. PROCESO DE CALCULO

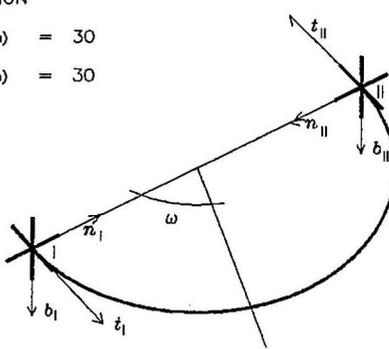
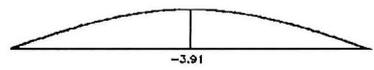
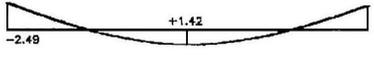
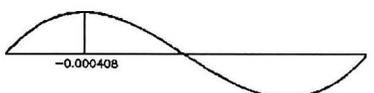
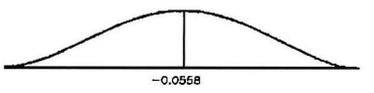
El proceso de cálculo mediante el cual se han realizado estas gráficas queda explicado en el artículo Tablas para el cálculo de una pieza circular, incluido en el número anterior de esta misma revista.

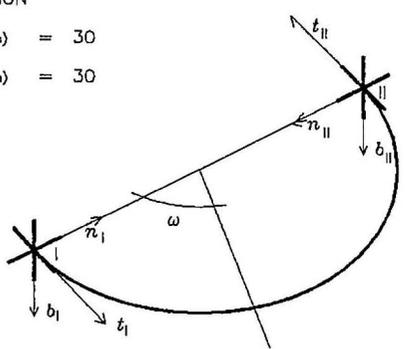
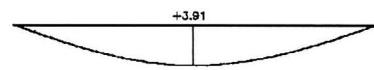
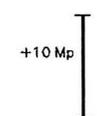
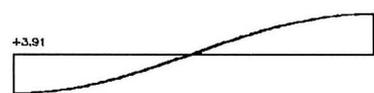
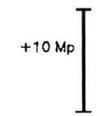
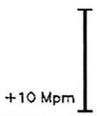
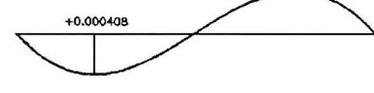
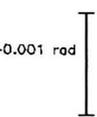
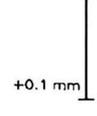
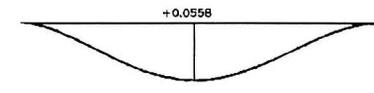
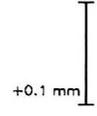
4. COMENTARIO SOBRE LAS GRAFICAS

Se ha elegido como pieza tipo en el ejemplo que nos ocupa, una pieza semicircular plana. La elección responde al hecho de ser posiblemente la pieza de directriz curva más comúnmente utilizada en obras de arquitectura o ingeniería. Las acciones consideradas se indican en las mismas tablas y son acciones uniformes totales, directas o indirectas. Sin embargo se podrían realizar las mismas gráficas de sollicitación y deformación para cualquier otro tipo de acción. Lo mismo se puede decir en referencia a la sustentación. Aunque la elegida para los ejemplos que siguen es biempotrada, pudiera también considerarse la pieza para cualquier otro tipo de sustentación, tanto isostática como hiperestática. Es interesante señalar la existencia de gráficas que representan la sollicitación y deformación de la pieza como resultado de acciones indirectas, como es el caso de variación de temperatura.

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA CARGA VERTICAL UNIFORME SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION ESCALAS																
	<div style="margin-bottom: 10px;"> <p>ESFUERZO NORMAL N en Mp</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>ESFUERZO CORTANTE V_n en Mp</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>ESFUERZO CORTANTE V_b en Mp</p>  </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>MOMENTO TORSOR T en Mpm</p>  </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>MOMENTO FLECTOR M_n en Mpm</p>  </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>MOMENTO FLECTOR M_b en Mpm</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> </div> <div style="text-align: right; padding-right: 10px;"> <p>+1 Mp</p> <p>+1 Mpm</p> <p>+1 Mpm</p> </div>																
<p>DATOS INTRODUCIDOS DIMENSIONES=1000</p>																	
<p>DE LA PIEZA</p> <p>$\lambda_I = \omega_I$ (rad) = 0</p> <p>$\lambda_{II} = \omega_{II}$ (rad) = π</p> <p>$ds/d\lambda = 1$</p> <p>χ (m⁻¹) = 1</p> <p>φ (m⁻¹) = 0</p> <p>E (Mp/m²) = 300</p> <p>G (Mp/m²) = 125</p> <p>$\alpha_n = 0$</p> <p>$\alpha_b = 0$</p> <p>A (cm²) = 900</p> <p>I_n (cm⁴) = 67500</p> <p>I_b (cm⁴) = 67500</p> <p>I_x (cm⁴) = 114000</p>																	
<p>ACCIONES UNITARIAS</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">Fuerzas (Mp/m)</td> <td style="width: 50%;">Momentos (Mpm/m)</td> </tr> <tr> <td>$q_t = 0$</td> <td>$k_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_n = 0$</td> <td>$k_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_b = 1$</td> <td>$k_b = 0$</td> </tr> <tr> <td>Giros (rad/m)</td> <td>Desplazamientos (m/m)</td> </tr> <tr> <td>$\Theta_t = 0$</td> <td>$\Lambda_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta_n = 0$</td> <td>$\Lambda_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta_b = 0$</td> <td>$\Lambda_b = 0$</td> </tr> </table>	Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)	$q_t = 0$	$k_t = 0$	$q_n = 0$	$k_n = 0$	$q_b = 1$	$k_b = 0$	Giros (rad/m)	Desplazamientos (m/m)	$\Theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$	$\Theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$	$\Theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$	
Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)																
$q_t = 0$	$k_t = 0$																
$q_n = 0$	$k_n = 0$																
$q_b = 1$	$k_b = 0$																
Giros (rad/m)	Desplazamientos (m/m)																
$\Theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$																
$\Theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$																
$\Theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$																
<p>VINCULOS DE EXTREMO</p> <p>Coartado: 0 Libre: 1</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td>$\phi' = 0$</td> <td>$\phi' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta'_n = 0$</td> <td>$\Theta'_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\Theta'_b = 0$</td> <td>$\Theta'_b = 0$</td> </tr> <tr> <td>$w' = 0$</td> <td>$w' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$v' = 0$</td> <td>$v' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$w' = 0$</td> <td>$w' = 0$</td> </tr> </table>	$\phi' = 0$	$\phi' = 0$	$\Theta'_n = 0$	$\Theta'_n = 0$	$\Theta'_b = 0$	$\Theta'_b = 0$	$w' = 0$	$w' = 0$	$v' = 0$	$v' = 0$	$w' = 0$	$w' = 0$					
$\phi' = 0$	$\phi' = 0$																
$\Theta'_n = 0$	$\Theta'_n = 0$																
$\Theta'_b = 0$	$\Theta'_b = 0$																
$w' = 0$	$w' = 0$																
$v' = 0$	$v' = 0$																
$w' = 0$	$w' = 0$																
	<p>DEFORMACION ESCALAS</p> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>GIRO TANGENCIAL β en rad</p>  </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>GIRO NORMAL Θ_z en rad</p>  </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>GIRO NORMAL Θ_b en rad</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> <p>DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm</p>  </div> <div style="text-align: right; padding-right: 10px;"> <p>+0.001 rad</p> <p>+0.001 rad</p> <p>+1 mm</p> </div>																

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA PRESION HIDROSTATICA SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION																
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%;"> <p>ESFUERZO NORMAL N en Mp</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS</p> <p>+1 Mp</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>ESFUERZO CORTANTE V_n en Mp</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS</p> <p>+0.1 Mp</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>ESFUERZO CORTANTE V_b en Mp</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>MOMENTO TORSOR T en Mpm</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>MOMENTO FLECTOR M_n en Mpm</p>  </div> <div style="width: 35%;"></div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> <div style="width: 60%;"> <p>MOMENTO FLECTOR M_b en Mpm</p>  </div> <div style="width: 35%; text-align: right;"> <p>ESCALAS</p> <p>+0.1 Mpm</p> </div> </div>																
DATOS INTRODUCIDOS DIVISIONES=1000																	
DE LA PIEZA $\lambda_1 = \omega_1$ (rad) = 0 $\lambda_2 = \omega_2$ (rad) = π $ds/d\lambda = 1$ χ (m ⁻¹) = 1 φ (m ⁻¹) = 0 E (Mp/m ²) = 300 G (Mp/m ²) = 125 $\alpha_n = 0$ $\alpha_b = 0$ A (cm ²) = 900 I_n (cm ⁴) = 67500 I_b (cm ⁴) = 67500 I_x (cm ⁴) = 114000																	
ACCIONES UNITARIAS																	
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <th style="text-align: left;">Fuerzas (Mp/m)</th> <th style="text-align: left;">Momentos (Mpm/m)</th> </tr> <tr> <td>$q_t = 0$</td> <td>$k_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_n = 1$</td> <td>$k_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$q_b = 0$</td> <td>$k_b = 0$</td> </tr> <tr> <th style="text-align: left;">Giros (rad/m)</th> <th style="text-align: left;">Desplazamientos (m/m)</th> </tr> <tr> <td>$\theta_t = 0$</td> <td>$\Lambda_t = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_n = 0$</td> <td>$\Lambda_n = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_b = 0$</td> <td>$\Lambda_b = 0$</td> </tr> </table>	Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)	$q_t = 0$	$k_t = 0$	$q_n = 1$	$k_n = 0$	$q_b = 0$	$k_b = 0$	Giros (rad/m)	Desplazamientos (m/m)	$\theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$	$\theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$	$\theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$	
Fuerzas (Mp/m)	Momentos (Mpm/m)																
$q_t = 0$	$k_t = 0$																
$q_n = 1$	$k_n = 0$																
$q_b = 0$	$k_b = 0$																
Giros (rad/m)	Desplazamientos (m/m)																
$\theta_t = 0$	$\Lambda_t = 0$																
$\theta_n = 0$	$\Lambda_n = 0$																
$\theta_b = 0$	$\Lambda_b = 0$																
VINULOS DE EXTREMO Coartado: 0 Libre: 1																	
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>$\phi' = 0$</td> <td>$\phi'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_n' = 0$</td> <td>$\theta_n'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\theta_b' = 0$</td> <td>$\theta_b'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$u' = 0$</td> <td>$u'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$v' = 0$</td> <td>$v'' = 0$</td> </tr> <tr> <td>$w' = 0$</td> <td>$w'' = 0$</td> </tr> </table>	$\phi' = 0$	$\phi'' = 0$	$\theta_n' = 0$	$\theta_n'' = 0$	$\theta_b' = 0$	$\theta_b'' = 0$	$u' = 0$	$u'' = 0$	$v' = 0$	$v'' = 0$	$w' = 0$	$w'' = 0$					
$\phi' = 0$	$\phi'' = 0$																
$\theta_n' = 0$	$\theta_n'' = 0$																
$\theta_b' = 0$	$\theta_b'' = 0$																
$u' = 0$	$u'' = 0$																
$v' = 0$	$v'' = 0$																
$w' = 0$	$w'' = 0$																
	DEFORMACION																
	<table style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 60%;"> GIRO TANGENCIAL β en rad </td> <td style="width: 40%; text-align: right;">  </td> </tr> <tr> <td style="margin-top: 10px;"> GIRO NORMAL θ_n en rad </td> <td style="margin-top: 10px; text-align: right;">  </td> </tr> <tr> <td style="margin-top: 10px;"> GIRO NORMAL θ_b en rad </td> <td style="margin-top: 10px; text-align: right;">  </td> </tr> <tr> <td style="margin-top: 10px;"> DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm </td> <td style="margin-top: 10px; text-align: right;">  </td> </tr> <tr> <td style="margin-top: 10px;"> DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm </td> <td style="margin-top: 10px; text-align: right;">  </td> </tr> <tr> <td style="margin-top: 10px;"> DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm </td> <td style="margin-top: 10px; text-align: right;">  </td> </tr> </table>	GIRO TANGENCIAL β en rad		GIRO NORMAL θ_n en rad		GIRO NORMAL θ_b en rad		DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm		DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm		DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm					
GIRO TANGENCIAL β en rad																	
GIRO NORMAL θ_n en rad																	
GIRO NORMAL θ_b en rad																	
DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm																	
DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm																	
DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm																	

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA ELEVACION DE TEMPERATURA +30° SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION	ESCALAS
	<p>ESFUERZO NORMAL N en Mp</p>  <p>ESFUERZO CORTANTE Vz en Mp</p>  <p>ESFUERZO CORTANTE Vb en Mp</p>  <p>MOMENTO TORSOR T en Mpm</p>  <p>MOMENTO FLECTOR Mz en Mpm</p>  <p>MOMENTO FLECTOR Mb en Mpm</p> 	<p style="text-align: right;">+10 Mp</p> <p style="text-align: right;">+10 Mp</p> <p style="text-align: right;">+10 Mpm</p>
DATOS INTRODUCIDOS DIVISIONES=1000		
DE LA PIEZA $\lambda_I = \omega_I \text{ (rad)} = 0$ $\lambda_{II} = \omega_{II} \text{ (rad)} = \pi$ $ds/d\lambda = 1$ $\chi \text{ (m}^{-1}\text{)} = 1$ $\varphi \text{ (m}^{-1}\text{)} = 0$ $E \text{ (Mp/m}^2\text{)} = 300$ $G \text{ (Mp/m}^2\text{)} = 125$ $\alpha_n = 0$ $\alpha_b = 0$ $A \text{ (cm}^2\text{)} = 900$ $I_n \text{ (cm}^4\text{)} = 67500$ $I_b \text{ (cm}^4\text{)} = 67500$ $I_t \text{ (cm}^4\text{)} = 114000$		
ACCIONES UNITARIAS Fuerzas (Mp/m) Momentos (Mpm/m) $q_t = 0$ $k_t = 0$ $q_n = 0$ $k_n = 0$ $q_b = 0$ $k_b = 0$ Giros (rad/m) Desplazamientos (m/m) $\theta_t = 0$ $\Lambda_t = 0.0003$ $\theta_n = 0$ $\Lambda_n = 0$ $\theta_b = 0$ $\Lambda_b = 0$		
VINCULOS DE EXTREMO Coartado: 0 Libre: 1 $\phi' = 0$ $\phi'' = 0$ $\theta'_n = 0$ $\theta''_n = 0$ $\theta'_b = 0$ $\theta''_b = 0$ $u' = 0$ $u'' = 0$ $v' = 0$ $v'' = 0$ $w' = 0$ $w'' = 0$	DEFORMACION <p>GIRO TANGENCIAL ϕ en rad</p>  <p>GIRO NORMAL θ_b en rad</p>  <p>DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm</p>  <p>DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm</p>  <p>DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm</p> 	<p style="text-align: right;">+0.001 rad</p> <p style="text-align: right;">+0.1 mm</p> <p style="text-align: right;">+0.1 mm</p>

PIEZA SEMICIRCULAR PLANA DISMINUCION DE TEMPERATURA -30° SECCION h (cm) = 30 b (cm) = 30	SOLICITACION	ESCALAS	
	ESFUERZO NORMAL N en Mp		
	ESFUERZO CORTANTE V_n en Mp		
	ESFUERZO CORTANTE V_b en Mp		
	MOMENTO TORSOR T en Mpm		
	MOMENTO FLECTOR M_n en Mpm		
	MOMENTO FLECTOR M_b en Mpm		
DATOS INTRODUCIDOS DIVISIONES=1000			
DE LA PIEZA $\lambda_I = \omega_I$ (rad) = 0 $\lambda_{II} = \omega_{II}$ (rad) = π $ds/d\lambda = 1$ χ (m ⁻¹) = 1 φ (m ⁻¹) = 0 E (Mp/m ²) = 300 G (Mp/m ²) = 125 $\alpha_n = 0$ $\alpha_b = 0$ A (cm ²) = 900 I_n (cm ⁴) = 67500 I_b (cm ⁴) = 67500 I_t (cm ⁴) = 114000			
ACCIONES UNITARIAS Fuerzas (Mp/m) Momentos (Mpm/m) $q_t = 0$ $k_t = 0$ $q_n = 0$ $k_n = 0$ $q_b = 0$ $k_b = 0$ Giros (rad/m) Desplazamientos (m/m) $\theta_t = 0$ $\Lambda_t = 0.0003$ $\theta_n = 0$ $\Lambda_n = 0$ $\theta_b = 0$ $\Lambda_b = 0$			
VINCULOS DE EXTREMO Coartado: 0 Libre: 1 $\phi' = 0$ $\phi'' = 0$ $\theta'_n = 0$ $\theta''_n = 0$ $\theta'_b = 0$ $\theta''_b = 0$ $u' = 0$ $u'' = 0$ $v' = 0$ $v'' = 0$ $w' = 0$ $w'' = 0$			
	DEFORMACION GIRO TANGENCIAL ϕ en rad		
	GIRO NORMAL θ_n en rad		
	DESPLAZAMIENTO NORMAL u en mm		
	DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL v en mm		
	DESPLAZAMIENTO TANGENCIAL w en mm		

