Revista de Edificación. **RE** • Nº 11 • Mayo 1992

Tablas para el cálculo de la pieza circular

FAUSTINO N. GIMENA RAMOS, DR. ARQUITECTO.

1. INTRODUCCION

Este trabajo presenta la tabulación de los factores necesarios para obtener los momentos flectores y torsores máximos, positivos y negativos, de una pieza de directriz circular con carga uniforme perpendicular al plano de dicha directriz y de sustentación hiperestática empotrada-empotrada.

Estas tablas se disponen en dos hojas, y en cada una hay tres divisiones en función de la relación de rigideces.

2. PROCESO DE CALCULO

Las tablas que aparecen en este artículo, se han obtenido ejecutando un programa de ordenador redactado para la resolución del sistema en diferencias finitas de la solicitación y deformación en piezas curvas planas, cuya expresión es:

$$\{V_{i+1}, \theta_{i+1}\} = \{V_i, \theta_{i+1}\} (R_i)_{12} - \{q_i, 0\} \Delta s_i$$

Siendo:

$\{q_i, 0\}$: Vector acción, dado por:

$$\{q_i, 0\} = \{q_{ti}, q_{ni}, q_{zi}, k_{ti}, k_{ni}, k_{zi}, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}$$

$\{V_i, \theta_i\}$: Vector de solicitación-deformación, dado por:

$$\{V_i, \theta_i\} = \{N_i, V_{ni}, V_{zi}, T_i, M_{ni}, M_{zi}, \phi i, \theta_{ni}, \theta_{zi}, u_i, v_i, w_i\}$$

$(R_i)_{12}$: Matriz incrementada conjunta, dada por:

$$(R_i)_{12} = \begin{bmatrix} (R_i)_6 & (F_i)_6 \\ (0)_6 & (R_i)_6 \end{bmatrix}$$

$(R_i)6$: Matriz incrementada, cuya expresión es:

$$(R_i)_6 = \begin{bmatrix} 1 & -\chi_i \Delta s_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \chi_i \Delta s_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -\Delta s_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \Delta s_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\chi_i \Delta s_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi_i \Delta s_i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$(F_i)_6$: Matriz en diferencias finitas de deformación unitaria, dada por:

$$(F_i)_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \Delta s_i/(E\,A_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta s_i/(G\,I_{ti}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta s_i/(E\,I_{ni}) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta s_i/(E\,I_{zi}) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. NOMENCLATURA

Las notaciones empleadas han procurado ajustarse a la normativa nacional y a las recomendaciones internacionales ISO 3898.

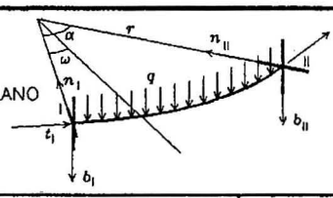
El ajuste no puede ser completo por causa de las notaciones de la normativa nacional, las cuales no son únicas, sino que varían algo según las diferentes normas, lo que también ocurre con las recomendaciones internacionales.

- k: Componente acción momento.
- q: Componente acción fuerza.
- u: Translación en dirección de la tangente.
- v: Translación en dirección de la normal.
- w: Translación en dirección del eje Z.
- A: Area de la sección.
- E: Módulo de elasticidad longitudinal.
- G: Módulo de elasticidad transversal.
- I_n: Momento de inercia de una sección respecto al eje n.
- I_z: Momento de inercia de una sección respecto al eje Z.
- I_t: Módulo de torsión.
- M_n: Momento flector respecto a la normal.
- M_z: Momento flector respecto al eje Z.
- N: Esfuerzo normal.
- T: Momento torsor.
- V_n: Esfuerzo cortante, sobre la normal.
- V_z: Esfuerzo cortante, sobre el eje Z.
- θ_n: Rotación alrededor de la normal.
- θ_z: Rotación alrededor del eje Z.
- ϕ: Rotación alrededor de la tangente.
- χ: Curvatura.
- Δs: Incremento de arco.

PIEZA CIRCULAR PLANA

CARGA UNIFORME, PERPENDICULAR A SU PLANO

Sustentación:
empotrado–empotrado



t_{II} Relación entre rigideces

$\kappa = 2\,(1+\upsilon)\,I_n/I_t$

υ : coeficiente de POISSON

I_n : momento de inercia normal

I_t : módulo de tórsion

$V_n = \alpha\ q\ \frac{r}{2}$ α en radianes

$M'_n = \mu'\ q\ r^2$

$T' = \tau'\ q\ r^2$

$M_{nm} = \mu\ q\ r^2$ máximo en $\omega = \frac{\alpha}{2}$

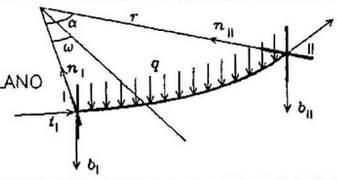
$T_m = \tau\ q\ r^2$ máximo en $\omega = \omega_\tau$

α	κ= 0,1					κ= 0,5					κ= 1				
	μ'	τ'	μ	τ	ω_τ	μ'	τ'	μ	τ	ω_τ	μ'	τ'	μ	τ	ω_τ
grados	‰	‰	‰	‰	grados	‰	‰	‰	‰	grados	‰	‰	‰	‰	grados
5	−0,64	0,00	0,32	0,01	1,10	−0,64	0,00	0,32	0,01	1,10	−0,64	0,00	0,32	0,01	1,10
10	−2,54	0,00	1,27	0,04	2,10	−2,54	0,00	1,27	0,04	2,10	−2,54	0,00	1,27	0,04	2,10
15	−5,73	0,00	2,86	0,14	3,20	−5,73	0,00	2,85	0,14	3,20	−5,73	0,00	2,85	0,14	3,20
20	−10,2	0,00	5,07	0,34	4,20	−10,2	−0,01	5,07	0,34	4,20	−10,2	−0,01	5,06	0,34	4,30
25	−16,0	−0,01	7,92	0,66	5,30	−16,0	−0,02	7,90	0,66	5,30	−16,0	−0,02	7,88	0,66	5,30
30	−23,1	−0,03	11,4	1,14	6,40	−23,1	−0,04	11,4	1,14	6,40	−23,2	−0,06	11,3	1,13	6,40
35	−31,5	−0,07	15,5	1,81	7,50	−31,6	−0,09	15,4	1,79	7,50	−31,7	−0,12	15,3	1,78	7,50
40	−41,3	−0,13	20,2	2,69	8,60	−41,4	−0,18	20,1	2,66	8,60	−41,6	−0,23	19,9	2,63	8,70
45	−52,5	−0,24	25,6	3,81	9,70	−52,7	−0,32	25,4	3,77	9,70	−52,9	−0,41	25,1	3,71	9,80
50	−65,2	−0,40	31,5	5,20	10,8	−65,4	−0,54	31,2	5,12	10,9	−65,8	−0,69	30,8	5,04	10,9
55	−79,3	−0,65	38,1	6,88	11,9	−79,7	−0,86	37,6	6,76	12,0	−80,1	−1,10	37,1	6,62	12,1
60	−94,9	−1,01	45,2	8,88	13,1	−95,4	−1,33	44,6	8,70	13,2	−96,1	−1,69	43,8	8,49	13,3
65	−112	−1,52	52,9	11,2	14,3	−113	−1,98	52,1	10,9	14,4	−114	−2,51	51,1	10,6	14,6
70	−131	−2,22	61,2	13,9	15,4	−132	−2,87	60,0	13,5	15,6	−133	−3,60	58,8	13,1	15,8
75	−151	−3,15	70,0	16,9	16,7	−152	−4,05	68,5	16,4	16,9	−154	−5,04	66,9	15,8	17,1
80	−173	−4,39	79,3	20,4	17,9	−175	−5,59	77,5	19,7	18,1	−176	−6,90	75,4	18,9	18,4
85	−197	−5,98	89,1	24,1	19,2	−199	−7,57	86,8	23,2	19,4	−201	−9,25	84,3	22,2	19,8
90	−223	−8,03	99,4	28,3	20,4	−225	−10,1	96,6	27,1	20,8	−227	−12,2	93,5	25,9	21,1
95	−250	−10,6	110	32,9	21,8	−252	−13,2	107	31,4	22,1	−255	−15,8	103	29,8	22,5
100	−279	−13,8	121	37,8	23,1	−282	−17,0	117	35,9	23,5	−285	−20,2	113	34,1	24,0
105	−311	−17,8	133	43,0	24,5	−314	−21,7	128	40,8	25,0	−317	−25,5	123	38,6	25,5
110	−344	−22,7	144	48,6	25,9	−347	−27,4	139	45,9	26,4	−350	−31,8	133	43,3	27,0
115	−379	−28,7	156	54,4	27,4	−382	−34,1	150	51,2	27,9	−386	−39,2	143	48,2	28,5
120	−416	−35,8	168	60,5	28,9	−420	−42,1	161	56,8	29,5	−423	−47,9	154	53,4	30,1
125	−455	−44,4	180	66,7	30,4	−459	−51,5	172	62,5	31,1	−462	−58,0	165	58,7	31,7
130	−497	−54,5	192	73,1	32,0	−500	−62,5	183	68,4	32,7	−504	−69,5	175	64,3	33,3
135	−540	−66,4	203	79,5	33,7	−543	−75,2	194	74,3	34,4	−546	−82,7	186	69,9	35,0
140	−585	−80,4	215	85,9	35,4	−588	−89,8	205	80,2	36,1	−591	−97,7	196	75,6	36,7
145	−632	−96,8	226	92,1	37,2	−635	−107	215	86,2	37,9	−637	−115	207	81,4	38,5
150	−680	−116	236	98,0	39,0	−683	−126	225	91,9	39,7	−685	−134	217	87,2	40,3
155	−731	−137	245	104	40,9	−733	−147	235	97,6	41,6	−735	−155	227	93,0	42,1
160	−783	−162	253	109	42,9	−784	−171	244	103	43,5	−786	−178	237	98,8	44,0
165	−836	−190	261	113	45,0	−837	−198	253	108	45,5	−838	−204	247	104	45,9
170	−890	−222	267	117	47,1	−890	−228	260	113	47,5	−891	−233	256	110	47,8
175	−945	−258	271	119	49,4	−945	−262	267	117	49,6	−945	−264	265	115	49,8
180	−1000	−298	273	121	51,8	−1000	−298	273	121	51,8	−1000	−298	273	121	51,8

PIEZA CIRCULAR PLANA

CARGA UNIFORME, PERPENDICULAR A SU PLANO

Sustentación:
empotrado–empotrado



t_{II} Relación entre rigideces $\kappa = 2\,(1+\upsilon) I_n / I_t$

υ : coeficiente de POISSON

I_n : momento de inercia normal

I_t : módulo de tórsion

$V_n = \alpha\ q\ \frac{r}{2}$ α en radianes

$M_n = \mu'\ q\ r^2$

$T'' = \tau'\ q\ r^2$

$M_{nm} = \mu\ q\ r^2$ máximo en $\omega = \frac{\alpha}{2}$

$T_m = \tau\ q\ r^2$ máximo en $\omega = \omega_T$

	$\kappa = 2$					$\kappa = 5$					$\kappa = 100$				
α	μ'	τ'	μ	τ	ω_T	μ'	τ'	μ	τ	ω_T	μ'	τ'	μ	τ	ω_T
grados	‰	‰	‰	‰	grados	‰	‰	‰	‰	grados	‰	‰	‰	‰	grados
5	−0,64	0,00	0,32	0,01	1,10	−0,64	0,00	0,32	0,01	1,10	−0,64	0,00	0,31	0,01	1,10
10	−2,55	0,00	1,27	0,04	2,10	−2,55	−0,01	1,26	0,04	2,10	−2,65	−0,01	1,17	0,04	2,20
15	−5,74	0,00	2,84	0,14	3,20	−5,76	−0,01	2,82	0,14	3,20	−6,14	−0,06	2,44	0,11	3,50
20	−10,2	−0,01	5,04	0,34	4,30	−10,3	−0,02	4,98	0,33	4,30	−11,2	−0,18	4,05	0,24	4,80
25	−16,1	−0,03	7,83	0,65	5,40	−16,2	−0,06	7,69	0,63	5,40	−17,9	−0,43	5,99	0,44	6,20
30	−23,3	−0,08	11,2	1,11	6,50	−23,5	−0,15	10,9	1,07	6,60	−26,1	−0,85	8,25	0,70	7,70
35	−31,8	−0,17	15,2	1,75	7,60	−32,3	−0,31	14,7	1,67	7,70	−35,9	−1,47	10,9	1,06	9,10
40	−41,9	−0,33	19,6	2,57	8,70	−42,6	−0,59	18,9	2,43	9,00	−47,3	−2,33	13,8	1,52	10,5
45	−53,4	−0,59	24,7	3,61	9,90	−54,4	−1,02	23,5	3,37	10,2	−60,3	−3,46	17,1	2,10	12,0
50	−66,4	−0,97	30,2	4,87	11,1	−67,8	−1,66	28,5	4,49	11,5	−74,8	−4,91	20,9	2,81	13,4
55	−81,0	−1,54	36,1	6,37	12,3	−82,9	−2,55	33,9	5,81	12,8	−90,9	−6,70	24,9	3,67	14,8
60	−97,2	−2,33	42,6	8,13	13,6	−99,6	−3,76	39,7	7,33	14,1	−109	−8,89	29,4	4,70	16,3
65	−115	−3,41	49,4	10,1	14,9	−118	−5,34	45,8	9,06	15,5	−128	−11,5	34,3	5,91	17,7
70	−135	−4,84	56,6	12,4	16,2	−138	−7,37	52,2	11,0	16,9	−148	−14,6	39,6	7,31	19,1
75	−156	−6,68	64,2	14,9	17,5	−160	−9,90	58,9	13,1	18,3	−171	−18,2	45,3	8,92	20,6
80	−179	−9,02	72,1	17,7	18,9	−184	−13,0	65,9	15,5	19,7	−195	−22,3	51,5	10,8	22,0
85	−204	−11,9	80,4	20,7	20,3	−209	−16,7	73,2	18,1	21,2	−220	−27,0	58,0	12,8	23,4
90	−230	−15,5	88,9	24,1	21,7	−236	−21,2	80,9	20,9	22,7	−247	−32,4	65,0	15,2	24,9
95	−259	−19,8	97,7	27,6	23,1	−265	−26,4	88,8	24,0	24,2	−276	−38,4	72,4	17,8	26,3
100	−289	−24,9	107	31,4	24,6	−295	−32,4	97,0	27,3	25,7	−306	−45,2	80,3	20,7	27,8
105	−321	−30,9	116	35,5	26,1	−327	−39,3	106	30,9	27,3	−337	−52,7	88,6	23,9	29,2
110	−354	−38,0	126	39,8	27,7	−361	−47,2	114	34,7	28,8	−371	−61,1	97,4	27,5	30,7
115	−390	−46,2	135	44,3	29,2	−396	−56,1	123	38,8	30,4	−405	−70,3	107	31,4	32,1
120	−428	−55,6	145	49,1	30,8	−434	−66,1	133	43,2	32,0	−442	−80,5	116	35,6	33,6
125	−467	−66,2	155	54,0	32,4	−472	−77,3	143	47,9	33,5	−480	−91,6	127	40,2	35,1
130	−508	−78,4	165	59,2	34,1	−513	−89,7	153	52,9	35,2	−519	−104	137	45,3	36,6
135	−550	−91,9	176	64,6	35,8	−555	−103	163	58,1	36,8	−561	−117	148	50,7	38,0
140	−594	−107	186	70,2	37,4	−598	−118	174	63,7	38,4	−603	−132	160	56,5	39,5
145	−640	−124	197	76,0	39,2	−644	−135	185	69,7	40,0	−648	−147	172	62,8	41,0
150	−688	−143	208	81,9	40,9	−690	−153	197	75,9	41,7	−693	−164	185	69,6	42,5
155	−736	−163	218	88,0	42,7	−738	−173	209	82,5	43,3	−741	−183	198	76,8	44,1
160	−787	−186	229	94,3	44,4	−788	−194	221	89,5	45,0	−790	−203	212	84,6	45,6
165	−838	−211	240	101	46,2	−839	−217	234	96,7	46,7	−840	−224	227	92,8	47,1
170	−891	−237	251	107	48,1	−891	−242	246	104	48,3	−892	−247	242	102	48,6
175	−945	−266	262	114	49,9	−945	−269	260	112	50,0	−945	−271	257	111	50,2
180	−1000	−298	273	121	51,8	−1000	−298	273	121	51,8	−1000	−298	273	121	51,8

BIBLIOGRAFIA

1 DE LA HOZ, R.: *Vigas curvas.* Informes de la Construcción, Nº 40. Madrid, 1964.

2 FERNENDEZ CASADO, C.: *Esrtructuras de Edificios.* Ed. Dossat, S.A. Madrid, 1948.

3 LAHUERTA VARGAS, J.A.: *Estructuras de edificación.* E.T.S.A., Universidad de Navarra. Pamplona, 1989.

4 SANTARELLA, L.: *Il cemento armato.*Ed. Hocpli. Milan, 1940; p.347.