

Arcos. Funicularidad

JAVIER TORRES, INGENIERO DE CAMINOS, C. Y P.

EL ARCO EN SU HISTORIA

Existe un problema que el hombre ha tenido que solventar desde siempre: cruzar un arroyo sin mojarse, y para ello ha intentado muchas soluciones, algunas de las cuales vamos a observar seguidamente. Pero intentemos mirar el asunto prestando alguna atención a lo que esas formas nos indican; Unamuno, fiel a su integralismo, a su esencia hispana dice, en su obra "Del sentimiento trágico de la vida" lo siguiente: "En las más de las historias de la filosofía que conozco, se nos presenta a los sistemas como originándose los unos de los otros, y sus autores, los filósofos, apenas aparecen como meros pretextos. La íntima biografía de los filósofos, de los hombres que filosofaron, ocupa un lugar secundario", don Miguel echa en falta una mirada que ligue las obras con sus autores, pues en el caso de las obras de arte existe inexorablemente esa conexión y cuando se trata del legado artístico de los pueblos ocurre lo mismo. En el caso que nos ocupa, el arco, la forma de ver las cosas de una civilización nos puede indicar muy fielmente el fundamento intrínseco de sus soluciones y al revés. Se puede salvar un arroyo "de golpe", con un único tablón —dintel (figura 1a)—, o con "varios elementos" porque no se dispone de una viga de esa longitud. Cuando son varios los trozos de material a utilizar es posible conseguir que la mera suma de cada uno de ellos por separado dé el arco final —falso arco (figura 1b)— o bien que cada uno de los componentes requiera la presencia de todos los demás —arco propiamente dicho (figura 1d)—. Es posible que el primer arco hubiera sido una gran piedra encajada en las dos riberas del arroyo (figura 1c) y que luego se repitiese la forma mediante el arco de dovelas.

Comenzaremos por hablar de los griegos que tenían en la ciudad aislada en su propio equilibrio, el fundamento de su organización política. Como partes más importantes de su ciudad se pueden destacar la **acrópolis** que era la plaza fuerte además de fortaleza-refugio, el **santuario** situado por lo general en antiguos lugares de culto, las **plazas públicas** y sobre todo el **ágora** que se va con-

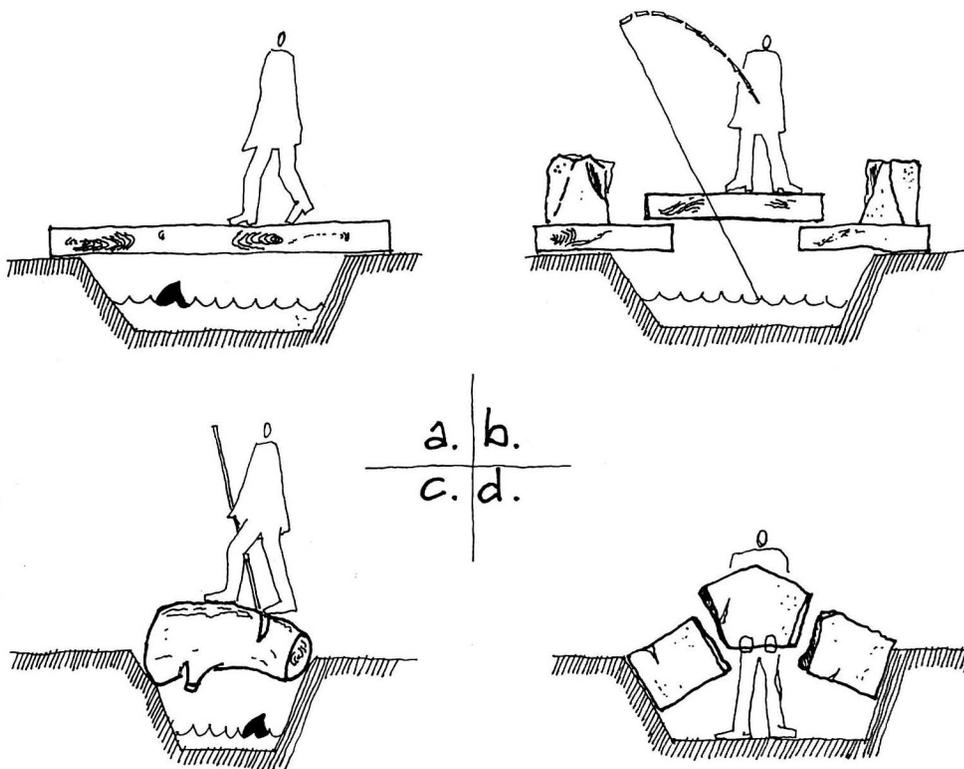


FIGURA 1

virtiendo con el paso del tiempo en el centro de la vida pública. Como ya hemos señalado, la razón de la metrópoli se asienta en la lucha competitiva que mantienen las ciudades entre sí, las Olimpiadas eran un ejemplo, y en Jonia y en las colonias, además en batallas con los bárbaros de las fronteras. En esta tesitura las **murallas** se convierten en condición y símbolo de la independencia de las ciudades y, al igual que las calles, suelen seguir la forma del terreno aprovechando todas las ventajas que ofrece la topografía para aumentar su fuerza defensiva. Un ejemplo es el muro de defensa norte de la ciudad de **Selinunte**, de la que en la figura 2a se ve una pequeña puerta ejecutada como un **falso arco**.

El fundamento mecánico de estos arcos recuerda el de organización de las ciudades griegas y estriba en que cada una de las dos mitades sea independiente de la otra y en autoequilibrio, lo mismo que cada uno de los sillares que se van superponiendo unos a otros con juntas horizontales sin tener que utilizar ningún tipo de cimbra. Estos condicionantes hacen que el vuelo de una piedra sobre otra deba ser como máximo la mitad de su longitud y de igual forma ha de ocurrir globalmente, es decir: el peso de piedra que

gravita sobre el hueco del arco ha de ser menor que el que lo hace sobre la parte interna y además ha de arriostrar convenientemente al voladizo (lajas superiores de mayor longitud). En el arco de la muralla de Selinunte uno de los sillares de la derecha ha roto —ver grieta— y ha permitido el cabeceo de la laja superior que apoyándose en el costado izquierdo ha comenzado a trabajar como un verdadero arco. El arco Maya de la figura 2b es otro ejemplo de esta tipología, aunque en este caso al intradós no se le ha dado forma curva.

Así como los griegos pensaban en ciudades independientes y autosuficientes, los romanos creían en el imperio y necesitaron de comunicaciones —calzadas y puentes— y abastecimiento de las capitales —acueductos—. Un ejemplo espléndido es el **acueducto de Segovia** (figura 3) construido en el siglo I d.C. con 900 m. de longitud y 34 de altura. Es una estructura muy esbelta y delgada constituida por dos series de 128 arcos superpuestas. Las altas pilas tienen unas molduras que rompen la uniformidad de la pila, pero se la dan al conjunto de la obra.

Ya comenzamos a vislumbrar el cambio de mentalidad en el que el conjunto tiene más importancia que las partes y



Murallas de Selinunte.

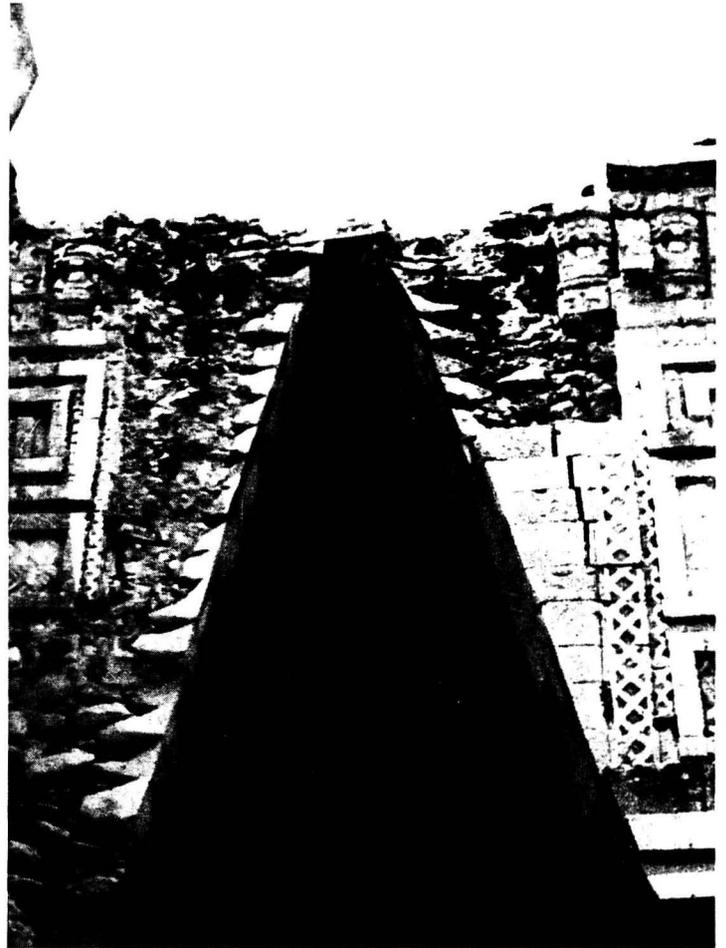


FIGURA 2

Arco Maya en Uxmal Palacio del Gobernador.

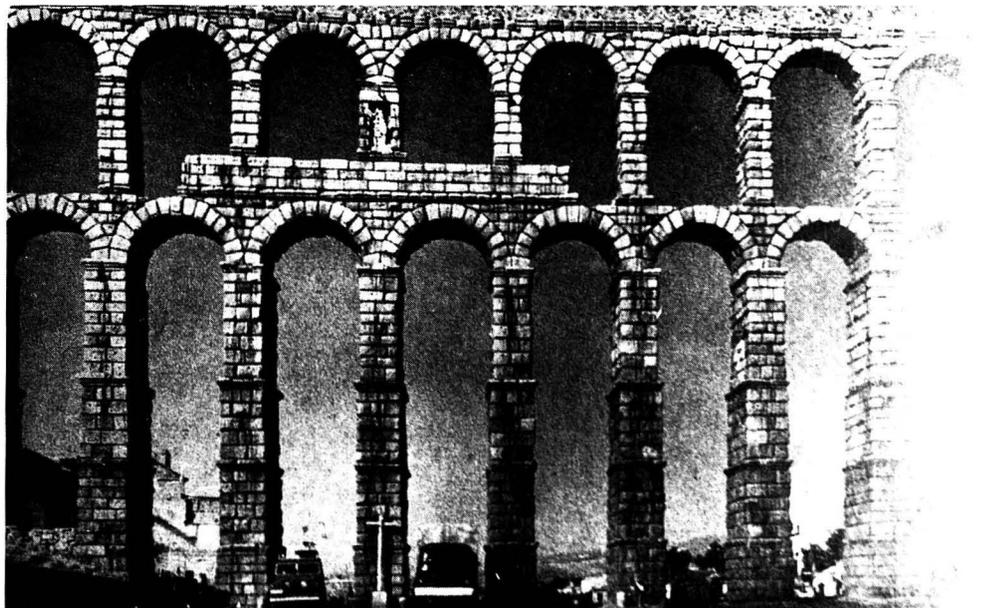
así ocurre con el **arco de medio punto en el que la forma total —Imperio— no se puede desligar de cada una de sus dovelas —Provincias—, cuando falla una se derrumba el arco. Por otro lado se consigue que la piedra trabaje a compresión —como conviene a este material— y así las juntas pretenden tener su dirección normal al esfuerzo.** Esa concepción es tan atinada que estando colocados todos los sillares a hueso —sin mortero intermedio— la conservación del acueducto es admirable.

Para tener una idea de la importancia del agua para los romanos, hay que pensar que en el siglo II, época de Trajano, los acueductos llevaban hasta Roma, ciudad de 1 millón de habitantes, un volumen de agua de 1.000 litros por habitante y día, mientras que en 1968 era de 475 litros por habitante y día, aunque hay que saber que en aquel entonces el agua discurría continuamente por las conducciones, que si bien era un gran despilfarro también contribuía a la limpieza de las calles.

El arco de medio punto se siguió utilizando posteriormente, y así tenemos el arco de herradura que construyeron los visigodos en España y luego adoptaron los árabes. Una muestra típica del arco de herradura califal es el del mirhab de la Mezquita de Córdoba (figura 4). El mir-

hab era el lugar santo de la mezquita y siempre se construía en la quibla o muro dirigido hacia la Meca, salvo en España que se dirigía hacia el sur, hacia Andalucía "la nueva Meca" de los árabes españoles. Delante del mirhab había un espacio lujoso especialmente dispuesto para el califa que asistía a los actos rituales. Sin embargo, la mezquita no era sólo un lugar de culto, sino más bien de reunión, donde los musulmanes gustaban

de emplear su tiempo meditando, descansando o simplemente hablando con sus vecinos y para lo cual está el patio con una pila de abluciones. Los árabes supieron conjugar la luminosidad y calor andaluces con la penumbra de las habitaciones y con el frescor de los jardines y de las fuentes, fueron unos virtuosos del

FIGURA 3.
Acueducto de Segovia.

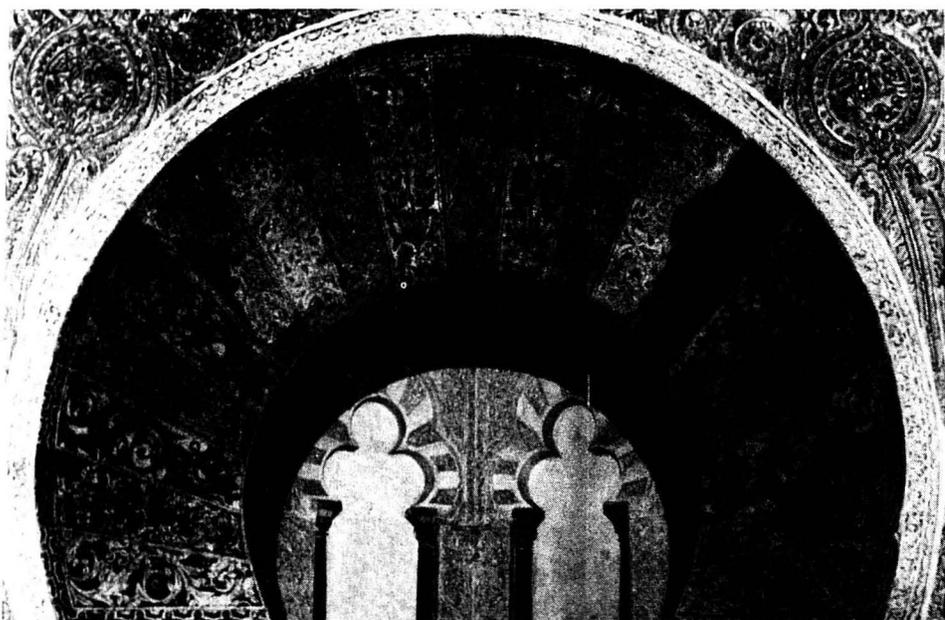
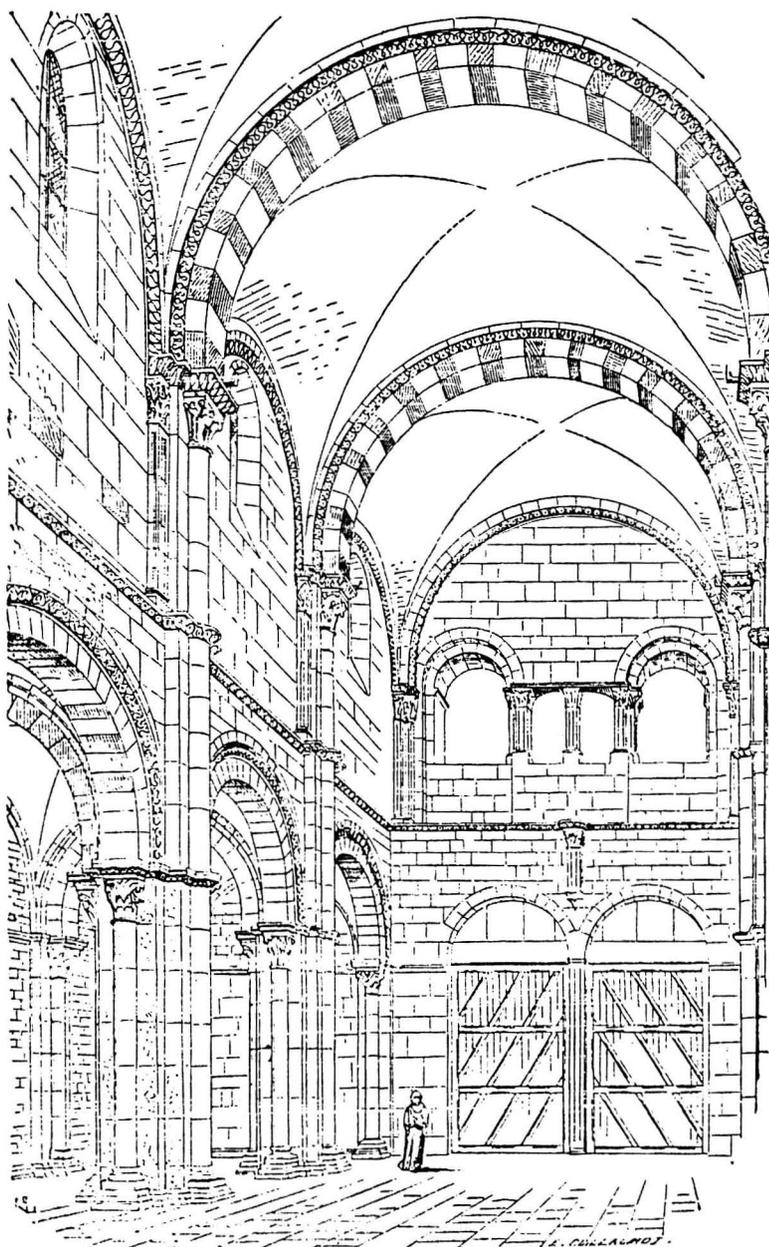


FIGURA 4.
Arco del Mirhab, Mezquita de Córdoba.

FIGURA 5.
Iglesia de La Madeleine Vézelay.



ritmo y de la decoración haciendo de la arquitectura música, y así Alhakam II (siglo X) hizo recubrir las jambas de este arco con losas de marmol y cubrió toda la parte superior de la fachada con mosaico de vidrio bizantino, hecho especialmente para este lugar por un maestro oriental enviado por el emperador de Bizancio.

La novedad de este arco frente al visigodo no es sólo la continuación del peralte inferior, sino por el descentramiento del trasdós, que deja de ser paralelo al intradós y que es más estrecho en los salmeros que en la clave. Pero hay un detalle fundamental: aunque aparentemente las dovelas del arco están dispuestas radialmente, esto es sólo real en la parte del círculo que corresponde al arco de medio punto. Las dovelas inferiores se colocan horizontalmente, separándose de la forma general de la herradura, aunque luego la decoración de estuco y mosaico lo oculte y transforme.

Esta disposición de dovelas enjarjadas, es decir, en hileras horizontales como los ladrillos del muro es práctica común en la arquitectura árabe española y tiene un fundamento mecánico como más tarde veremos, pues esta **zona del arco viene a trabajar como parte del pilar y las llagas entre hileras deben de ser normales al esfuerzo actuante para que se soporten las cargas con comodidad. Además, el peso adicional de la parte del arco de herradura que sobrepasa al de medio punto cumple la función de añadir mayor carga en los arranques y de esa forma conducir mejor la carga hacia los pilares.**

En la Edad Media se construyeron numerosas iglesias, como la iglesia de la Madeleine en Vézelay (figura 5), parte de una abadía que se reconstruyó después de un fuego que en el año 1120 arrasó el templo Carolingio anterior. Durante el último tercio del siglo XI la preocupación fundamental de los arquitectos fue precisamente evitar estos desastres de fuego o putrefacción de la madera, tratando de cubrir con piedra todo el edificio. Hasta entonces sólo las luces más pequeñas se ejecutaban abovedadas: el ábside, las naves laterales y la cripta. Para sobrepasar los 10 metros de luz se necesitaba **técnica y experiencia que permitiera** reemplazar las vigas de madera pesada por la pesada piedra. Por otro lado, el abovedamiento pétreo conllevaba la ejecución de muros más anchos y pesados, soportes más robustos y contrafuertes exteriores. A estos muros con función resistente no se les podía practicar huecos de iluminación directa sin más, y una solución resistente constituye la iglesia de Vézelay con iluminación a dos niveles. **En planta la división se hace en bloques cuadrados cubiertos con bóvedas por arista que apoyan sobre ar-**

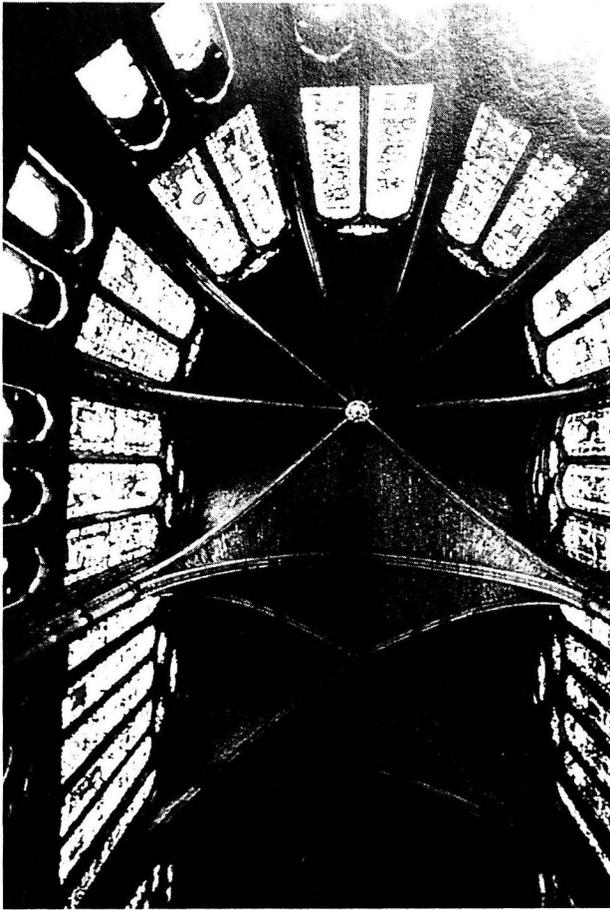


FIGURA 6.
Catedral de León.

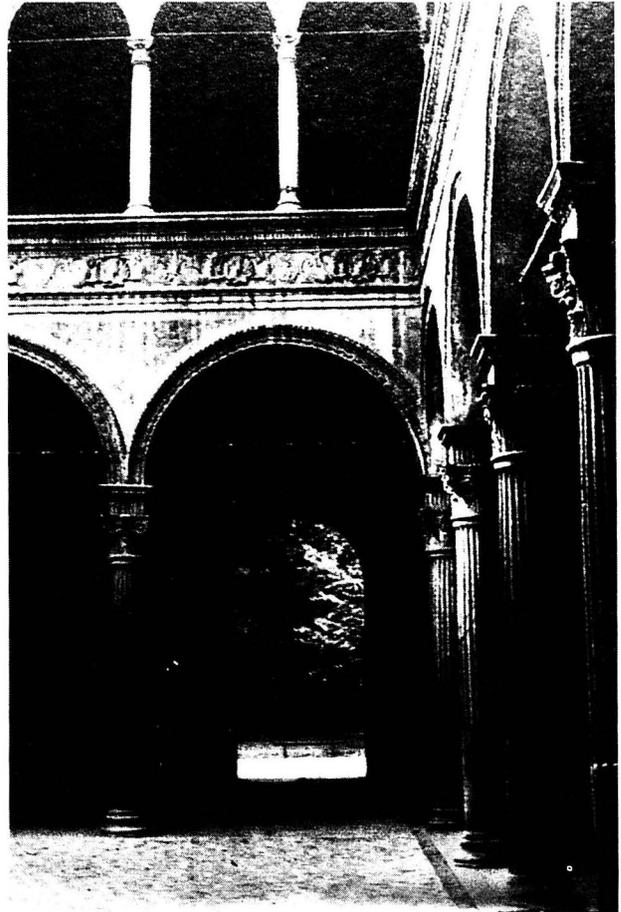


FIGURA 7.
Palacio de Bevilacqua, Bolonia.

cos fajones, transversales, y arcos formeros o de descarga en los muros; éstos conducen mejor los empujes del peso y permiten la apertura de ventanas en el tramo superior del muro. Los arcos fajones se reciben sobre columnas adosadas a las pilastras desde el arranque. Renaud fue el arquitecto que comenzó la obra de la nave, trabajo que se finalizó hacia 1135-40, continuando posteriormente con el pórtico que se completó hacia 1150. El coro gótico y el transepto que se iniciaron alrededor de 1185 fueron acabados por el año 1215.

Durante el período que va de 1130 a 1190, se da en Francia un apasionante período, en el que la búsqueda de una mayor claridad de iluminación lleva a una gran simplicidad estructural, como es el diáfano sistema de las líneas de fuerza gótico, del que todavía hoy somos deudos.

Un ejemplo de ello son las bóvedas de crucería frente a las bóvedas de arista del Románico. En aquéllas se utilizan los arcos diagonales además de los formeros y fajones que rodean la bóveda de éstas. Al no tener todos los arcos la misma luz y sí la misma flecha, el arco se vuelve apuntado permitiendo la libertad de plantas del gótico, además de consentir el apoyo temporal sobre esas aristas durante la construcción —simplicidad cons-

tructiva— y de tolerar que se disminuyera el peso de la bóveda de arista, ya que la rigidez necesaria para soportar las cargas la aportan solamente los arcos, mientras que el relleno o plementería —sin función resistente principal— puede ser mucho más liviano. La catedral de León (figura 6) comenzada hacia 1255, e inspirada en la de Reims, constituye una buena muestra de ello. La nave central está dividida en cinco partes y tiene un gran transepto con pasillos laterales, un coro y un deambulatorio con cinco capillas radiales adosadas. Tiene algunas innovaciones frente a iglesias góticas más antiguas, como son: la bóveda de crucería es cuatrimpartita en vez de hexapartita, las ventanas superiores, o claristorio, son de mayor altura y el triforio no es ciego sino que tiene practicadas aberturas creándose un ambiente excepcional de luz a través del muro cuajado en huecos.

A estas alturas de la historia, el hombre occidental se encuentra con un gran acervo de datos que necesita manejar pero que le abruman, una especie de erudición de suma de técnicas sin un hilo conductor que globalice el conjunto. Por todo ello, durante el Renacimiento se utilizan elementos ya conocidos —el arco por ejemplo—, pero estudiando sus posibilidades, su mecanismo de trabajo, etc; en definitiva: se trata de encontrar la ley que unifique ese saber aditivo de téc-

nicas, se refina la disposición de los elementos y su tipología. A este respecto dice Roger Fry que: “la gran distinción de los artistas florentinos es que, por mucho que se hubiese excitado su curiosidad acerca de las formas particulares, su elevada pasión intelectual hacia las ideas abstractas les impelía hacia el estudio de algunos principios generales que subyacen a toda apariencia. Rehusaban aceptar los hechos que vienen dados por la naturaleza, excepto en la medida en que podían llegar a ser sometidos al poder generalizador de su arte. Los hechos debían ser asimilados a las formas antes de ser aceptados en el sistema”. En el Palacio de Bevilacqua en Bolonia, construido hacia 1480 (figura 7), el patio tiene dos alturas cuya planta baja está formada por arcadas de medio punto con columnas ahusadas y lo mismo en el corredor del primer piso, sólo que doblando el número de arcadas, en donde, si bien una de las columnas superiores apoya en el centro luz del vano inferior, las obras dos coinciden con los apoyos del arco de ese vano como ayudando a encauzar los esfuerzos por los pilares de la planta baja.

A medida que se van conociendo muchos comportamientos de fenómenos individuales, llega el momento de concebir un sistema con todos ellos —sistema industrial— y se comienzan a dispo-

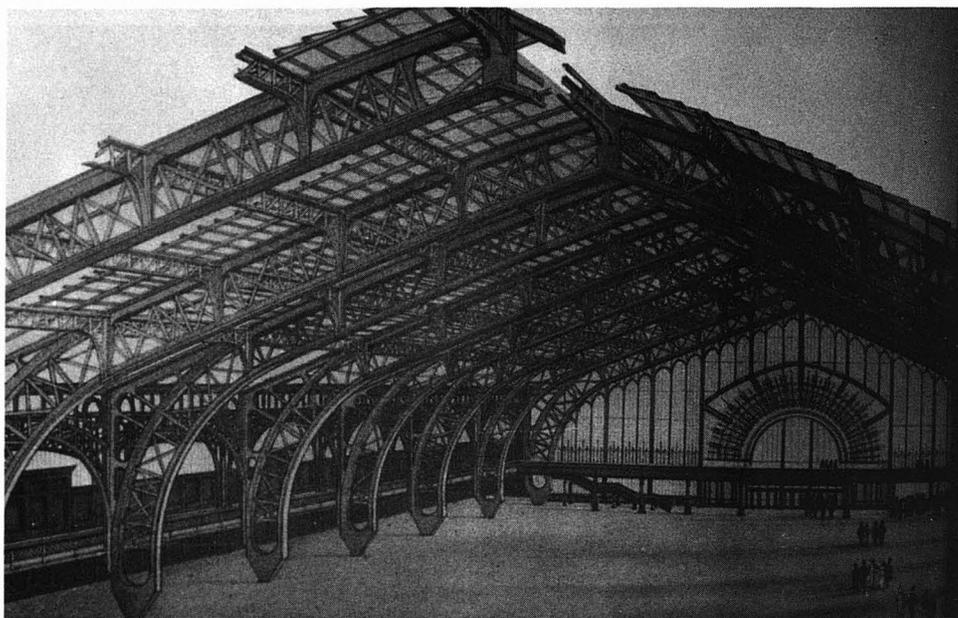


FIGURA 8.
Sala de Máquinas. Exposición Universal. París.

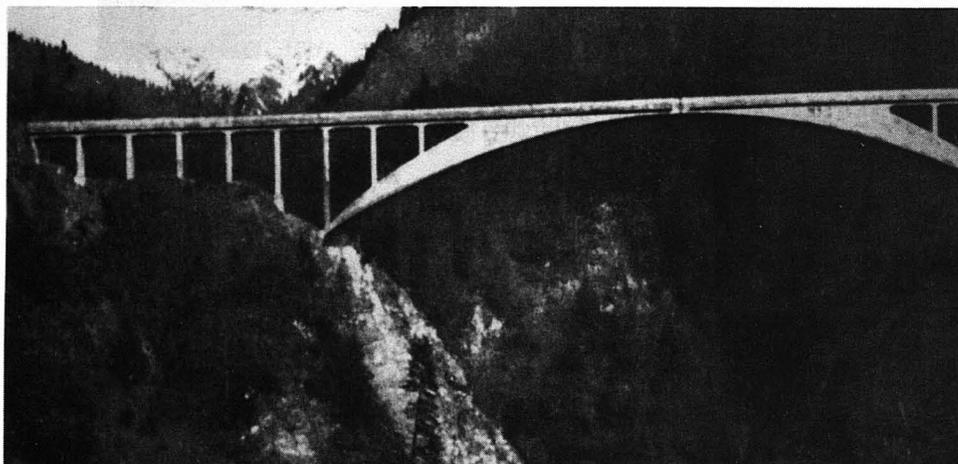


FIGURA 9.
Puente del Salginatobel (R. Maillart).

ner las partes dentro del conjunto como en las estructuras de barras. Así, entrada ya la revolución industrial, se organizan exposiciones universales para presentar todo lo que se va logrando, siendo la primera la de Londres en 1851. Al igual que los ingenios que se exponían, la organización social de los numerosos participantes y expositores tenía mucho de industrial, los espacios debían ser grandes y con delimitación de zonas, así como fácilmente desmontables después del evento. Tal es el caso de la Galería de Máquinas de la exposición de París de 1889 (figura 8), organizada para conmemorar el centenario de la Revolución Francesa, a la sazón punto de inicio de la concepción del mundo que hizo posible esa exposición. Esta nave diseñada por el arquitecto Diter y el ingeniero Contamin cubría un espacio de 425 x 115 metros mediante veinte arcos

metálicos articulados en los apoyos y en el centro, y que con sus 43 metros de altura, permitía la instalación de grandes máquinas industriales que los visitantes podían admirar desde unas tribunas laterales. El éxito de la exhibición fue enorme y la organización también, pues hubo un día que pasaron 100.000 personas por la Galería de Máquinas. Se decía que el "visitante podía admirar de un solo golpe de vista la infinidad de aplicaciones proporcionadas por la ciencia moderna para servir al trabajador".

No podemos acabar sin hablar del hormigón armado. El ingeniero suizo Robert Maillart (1872-1940) es uno de los primeros en descubrir que la ventaja de este material no está en imitar los elementos lineales tipo barra de la madera o el acero, sino en realizar grandes superficies de encofrado sencillo y menor

cantidad de armadura como consecuencia de un planteamiento sustentante global: el arco. Maillart solía decir que: **"No es sólo el sentido de la belleza el que despierta el deseo de conservar la imagen de la función de conjunto antes que la de los elementos aislados. El juicio global siempre proporciona también ventajas económicas"**. Es el siglo XX el que, además de aplicar y comprender más a fondo las técnicas industriales del XIX, trata de dar con un punto de vista global que aune elementos y estructura, productos manufacturados y su sistema de producción, incluyendo, claro está, las personas que lo llevan a cabo. En 1929-30 Maillart construye el puente del Salginatobel (figura 9), en Schiers (Grisones), con un arco de 90 metros de luz aunque con una longitud total de estructura de 133 metros. El puente tiene sección cajón de 3,50 metros de ancho y el arco es triarticulado, pues había descubierto la pequeña aportación a la resistencia que proporcionaba la sección central en este tipo de arcos. En lo que atañe a los muros laterales de la sección, se puede decir que no son del todo necesarios para la función estructural y podrían haberse evitado o sustituido por otra solución. El encofrado fue una operación complicada que dada su envergadura fue realizada de forma maestra por otro ingeniero: Coray.

LOS ARCOS Y LA FORMA

Como decía Nervi **"Todo lo estético es estático"** y por lo tanto la forma de una estructura **nos indica** su modo de trabajo. En el caso del arco la relación es directa y vamos a ver de qué tipo es y trataremos de expresar la relación que existe en toda estructura, entre la forma —cinemática— y las fuerzas —estática—. Esta unidad se aprecia hasta en el lenguaje, que al **modo** de trabajo de las fuerzas se le llama también **forma** de funcionamiento.

Para ello, vamos a poner en claro que significa físicamente la funicularidad (antifunicularidad). Tomando el ejemplo de dos puntales se puede ver en la secuencia de la figura 10 como la reacción izquierda 2P, en la dirección puntal(I), llega al punto de aplicación de la carga P y cambia de recta de aplicación para tomar la del puntal (II) y llegar así al apoyo derecho y anularse con la reacción de esa sustentación. Es decir: **cuando se aplica una carga en una estructura funicular la resultante de fuerzas cambia de dirección, como en toda estructura, pero aquí de tal forma que sigue teniendo la de la directriz de la estructura.**

Podríamos decir que las fuerzas son conducidas de forma que no se salgan

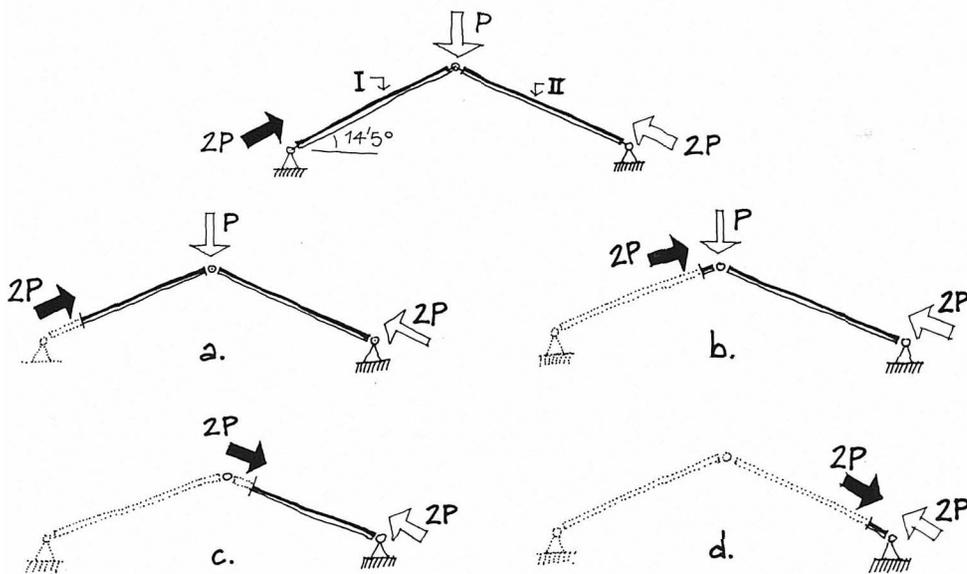


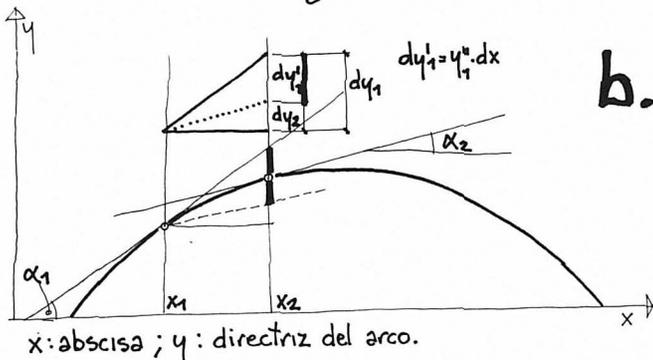
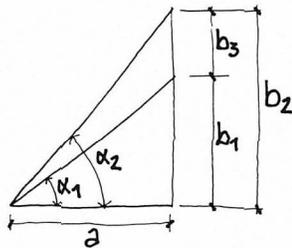
FIGURA 10

del camino, camino que está delimitado por la directriz de la estructura. La expresión matemática de este fenómeno es muy sencilla, pero precisa recordar los conceptos de tangente y derivada de una función (figura 11) de la misma y compararlos con los de un arco con carga vertical de la misma forma que la función. En una dovela A de proyección dx se aprecia que el **incremento de inclinación de la tangente —y'— dx** tiene que ser el mismo que el **incremento de tangente de la fuerza —Pdx/H—** para que la estructura sea antifunicular, es decir:

$$y'' = P/H \quad (I)$$

Esta expresión entraña muchas significaciones físicas, que seguidamente iremos desarrollando, aunque todo podría resumirse en que los arcos son estructuras que trabajan por forma según la fórmula (I).

EL INCREMENTO DE TANGENTE ES EL INCREMENTO DE ALTURA POR UNIDAD DE LONGITUD HORIZONTAL.



a.

$$\text{Tg } \alpha_1 = \frac{b_1}{a}$$

$$\text{Tg } \alpha_2 = \frac{b_2}{a}$$

$$\Delta \text{Tg } \alpha_1 = \text{Tg } \alpha_2 - \text{Tg } \alpha_1 = \frac{b_3}{a}$$

b.

$$\text{Tg } \alpha_1 = y'_1$$

$$\text{Tg } \alpha_2 = y'_2$$

$$\Delta \text{Tg } \alpha_1 = y'_2 - y'_1 \approx y''_1 \cdot dx$$

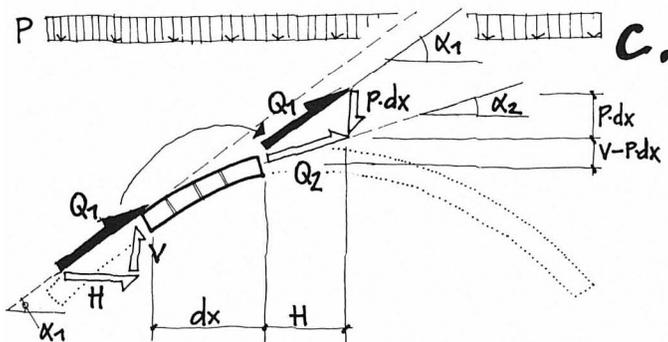
c.

$$\text{Tg } \alpha_1 = \frac{V}{H}$$

$$\text{Tg } \alpha_2 = \frac{V - P \cdot dx}{H}$$

$$\Delta \text{Tg } \alpha_1 = \frac{P \cdot dx}{H}$$

$$y''_1 \cdot dx = \frac{P \cdot dx}{H}$$



P: CARGA POR UNIDAD DE LONGITUD HORIZONTAL.
Qi: AXILES.

INCREMENTO DE TANGENTE EN LA FUNCIÓN.

INCREMENTO DE TANGENTE EN LAS FUERZAS.

$$y'' = \frac{P}{H}$$

El peralte y los esfuerzos

Dentro de un arco de dovelas se pueden distinguir los elementos de la figura 12a. Es evidente que una estructura de este tipo no entra en carga hasta que está completamente construida y por ello se precisa un elemento sustentante auxiliar durante la construcción: la cimbra (figura 12b). Mientras se ejecuta el arco las dovelas se apoyan unas sobre otras hasta llegar al vértice superior, momento "clave" en el que al colocar la **pedra clave** todo el conjunto puede comenzar a soportar su propia carga y las añadidas.

A la relación flecha/luz se le llama peralte (rebajamiento = luz/flecha) y vamos a comprobar que tiene gran influencia en el valor de los esfuerzos, pero antes de continuar conviene recordar que el arco es lo opuesto al cable, en el sentido de que uno trabaja a compresión y el otro a tracción, pero la forma es idéntica aunque simétrica, de modo que **podemos hacer como Gaudí que para saber la forma antifunicular —arco— de unas cargas, componía primero la funicular —cable— y luego le daba la vuelta** (figura 13).

Volviendo a la cuestión del peralte, nos podemos preguntar: ¿Cuál de los cuatro casos antifuniculares de la carga P de la figura 14 tiene mayores esfuerzos? Es claro que aquél cuyo peralte sea mayor, conlleva menores esfuerzos en los puntales como todos hemos podido comprobar al sustentar a una persona en alto.

Es decir, cuanto **menor** es el peralte **mayores** son los esfuerzos en los elementos y por tanto **mayores** las reacciones horizontales H en los apoyos. Esta observación es de capital im-

FIGURA 11

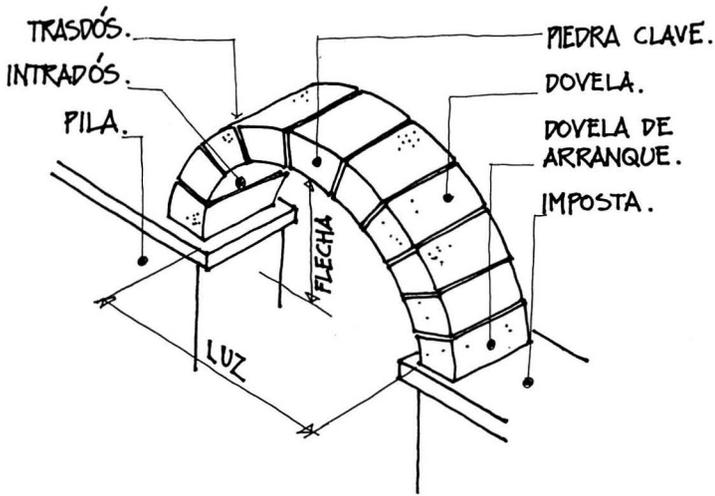


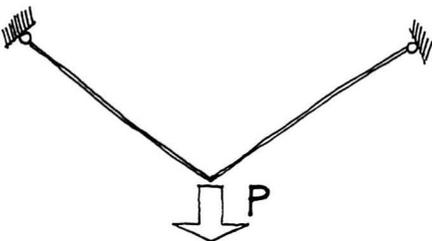
FIGURA 12a

portancia, tanto a la hora de determinar el material del arco, como a la hora de decidir el tipo de apoyos. Por otro lado, lo que venimos comentando se halla incluido en el significado de la fórmula (I). Cuanto mayor peralte, mayor curvatura y por tanto mayor y'' , luego mayor es el cociente P/H y que para igualdad de carga implica menor H . **Cuando las cargas aplicadas son iguales, cuanto mayor es el peralte tanto menor es H .**

El cálculo del esfuerzo horizontal del arco de la figura 15 es elemental después de todo lo dicho: cada apoyo recibe la mitad de la carga vertical y para que sea antifunicular la reacción horizontal debe de ser tal que la resultante —suma de las dos componentes horizontal y vertical— tenga la dirección de la tangente en el apoyo. Algo parecido hay que llevar a cabo para determinar, el axil en cualquier punto del arco.

FIGURA 13

CABLE (FUNICULAR).



ARCO (ANTIFUNICULAR).

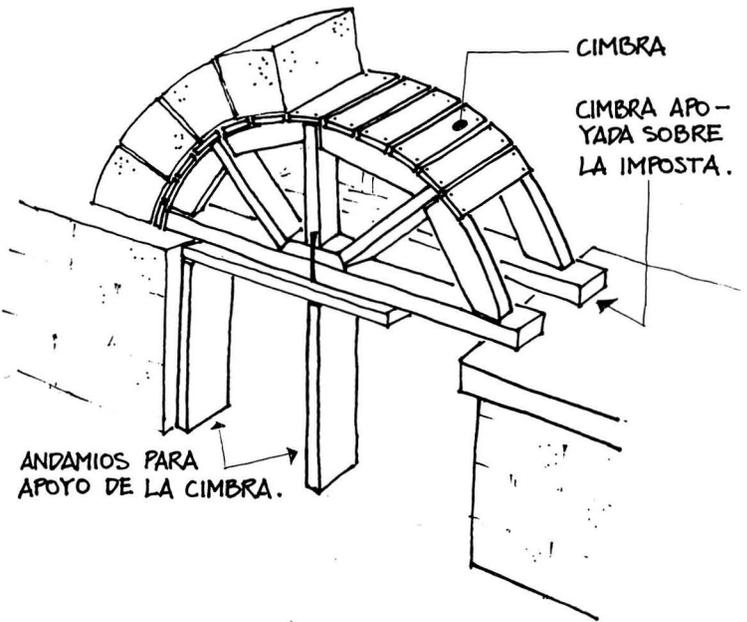
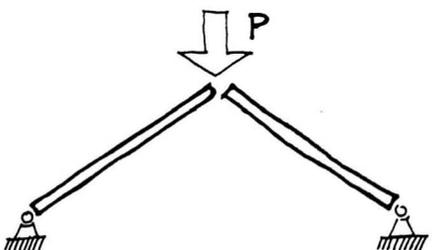


FIGURA 12b

La curvatura y las cargas

Antes que nada, hay que señalar que el incremento de tangente por unidad de longitud horizontal — y'' — es una medida aproximada de la curvatura — x — (incremento de ángulo por unidad de longitud de curva), pero si el valor de la tangente se aleja del valor del ángulo —inclinaciones grandes—, o lo que es igual, si el incremento horizontal no es similar al incremento de longitud de la curva, enton-

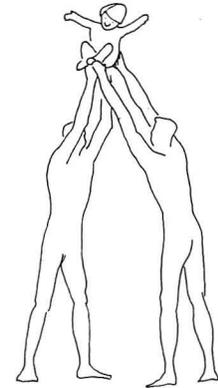
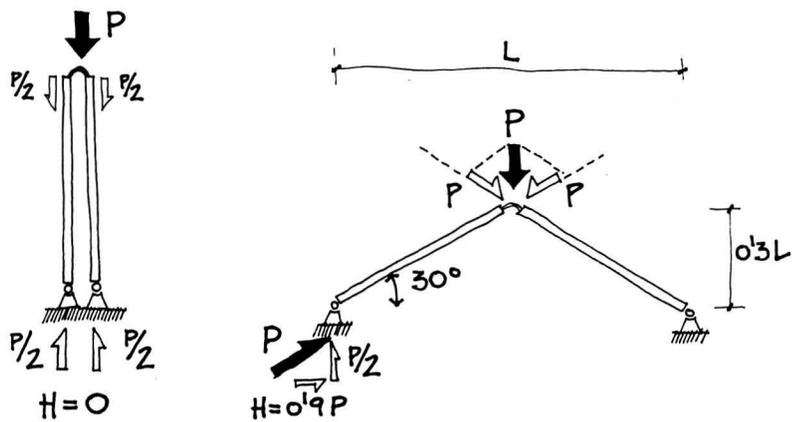
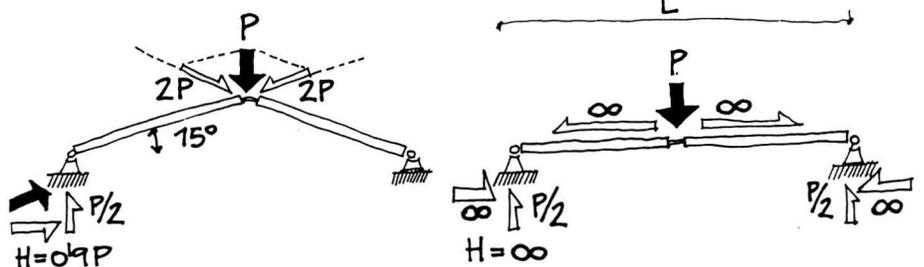


FIGURA 14



a. PERALTE MÁXIMO.

$$b. \text{PERALTE} \approx \frac{0'3L}{L} = 0'3$$



$$c. \text{PERALTE} = \frac{0'15L}{L} = 0'15$$

$$d. \text{PERALTE} = \frac{0}{L} = 0$$

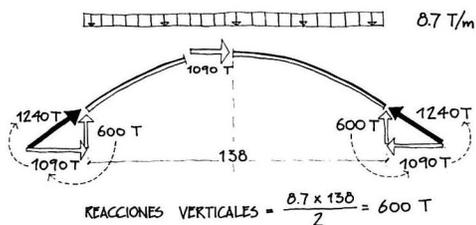


FIGURA 15

ces la proximación de x por y'' es más grosera (figura 16).

Haciendo uso de la simplificación anterior y de la fórmula (I) se puede decir que: **a mayor carga corresponde mayor curvatura y viceversa, siempre que la reacción horizontal H sea la misma (figura 17).**

En la figura 18 se puede observar cómo la curvatura se va desplazando, junto con las cargas, hacia los extremos, pasando desde las dos rectas que acumulan toda la incurvación en el centro, hasta la elipse que es la forma de las ahí expuestas que mayor curvatura concentra en las zonas externas.

Forma o flexión

El arco se dice que trabaja por forma y la viga a flexión, ¿qué significa eso y qué relación existe entre ambas tipologías? En la figura 19a se representa un arco atirantado y una viga con idéntica luz y sometidos ambos a la acción de la carga similar (los llamaremos arco y viga equivalentes); en la figura 19b se representa el mismo arco, pero con la particularidad de que una de sus dovelas se ha descendido hasta el nivel de la viga; pues bien, la relación entre los esfuerzos que dicha dovela tiene en el arco y en la viga es la que nos va a indicar la respectividad entre los dos modelos de estructuras y que no es sino:

$$H \cdot y = M_f \text{ (II)}$$

Esta segunda fórmula se puede interpretar desde dos puntos de vista:

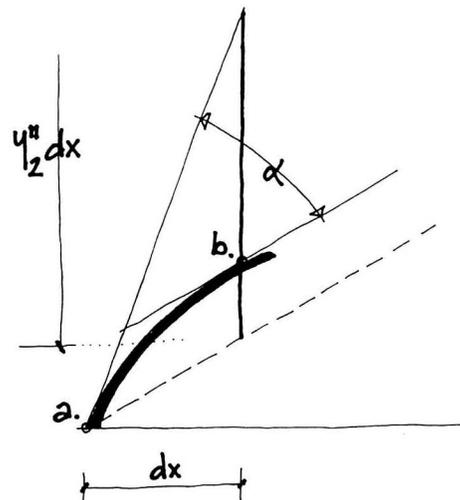
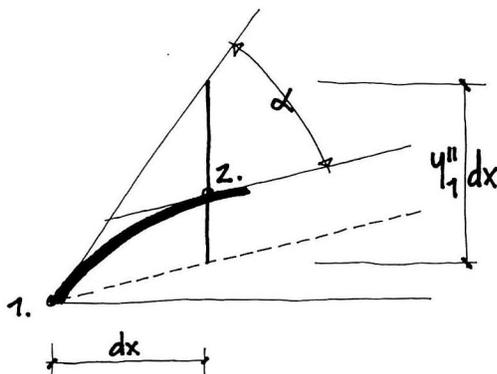
1. **La cantidad de esfuerzo que absorbe un arco por flecha —forma— es proporcional en cada una de las dovelas al momento flector de una viga equivalente y donde el factor de proporcionalidad es la reacción horizontal H.** Consecuencia inmediata es que cuanto mayor sea la flecha menor será la fuerza horizontal H, cosa que por otra parte ya sabíamos (figura 18).

Como todas las igualdades, por ser tales, tienen doble sentido y la ecuación (II) se puede expresar como sigue:

$$M_f = H \cdot y \text{ (II)}$$

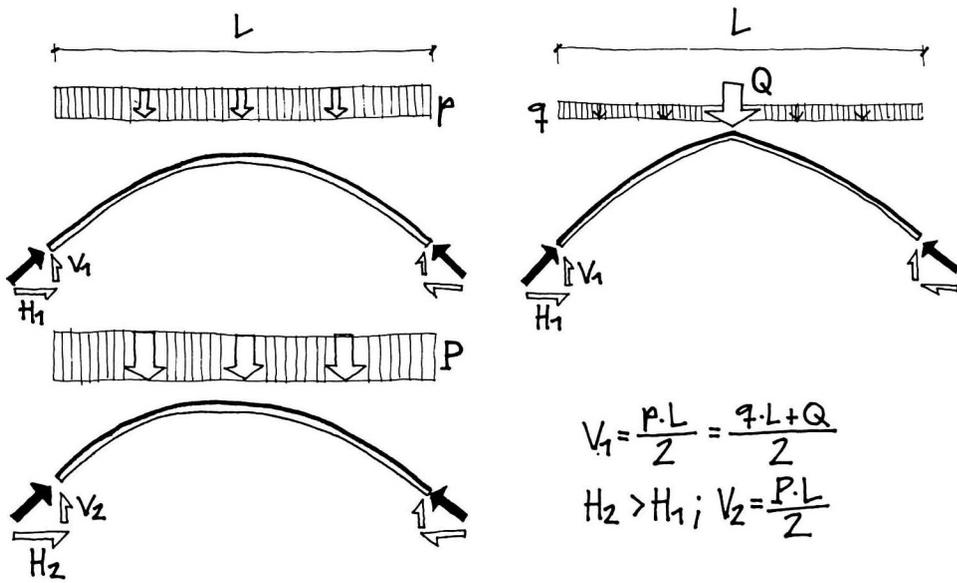
y de aquí concluir lo siguiente:

2. **La ley de momentos flectores de una viga es igual al funicular de sus cargas multiplicado por una cons-**



ARCO 1-2 \cong ARCO a-b
 $\Delta\theta$ = INCREMENTO DEL ÁNGULO POR UNIDAD DE LONGITUD DE ARCO = α/ds
 y'' = INCREMENTO DE ORDENADA POR UNIDAD DE LONGITUD DE ABCISA. ($y''_1 < y''_2$)

FIGURA 16



$$V_1 = \frac{P \cdot L}{2} = \frac{q \cdot L + Q}{2}$$

$$H_2 > H_1; V_2 = \frac{P \cdot L}{2}$$

FIGURA 17

tante —la reacción horizontal H del funicular—. De aquí se sigue que para dibujar la ley de flectores de una viga se puede hacer por medio del funicular de cargas, y como éste es muy intuitivo no confundiremos nunca una ley de flectores con otra (figura 20).

Esta identidad indica, por otra parte, que lo que una estructura no soporta a axil lo resiste por flexión y al revés, y por lo tanto la medida del axil (forma del arco) debe de tener la misma configuración que la función de flexiones (Ley de momentos flectores).

Para terminar, definiremos como **línea de presión** de una estructura al funicular equivalente que más se aproxima a la estructura (energía mínima).

Movimientos o esfuerzos

Hemos dado por supuesto hasta el momento que las estructuras eran perfectamente antifuniculares, pero pueden darse cambios de forma debido a:

1. Movimientos de los apoyos.
2. Incrementos de temperatura.
3. Deformaciones debidas a las cargas, tanto instantáneas como diferidas (fluencia) y a la retracción del hormigón.

Pues bien, todo cambio de forma en una estructura isostática —arco triarticulado— no produce esfuerzos, mientras que éstos son de mayor entidad o más generalizados cuanto más hiperestática es la estructura —arcos biarticulado y empotrado—. Sin embargo en lo que se refiere a movimientos, las estructuras hiperestáticas son las que más le-

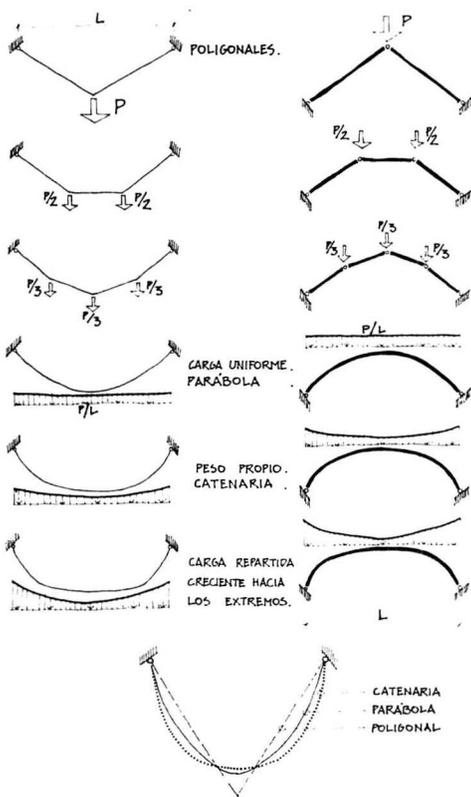


FIGURA 18

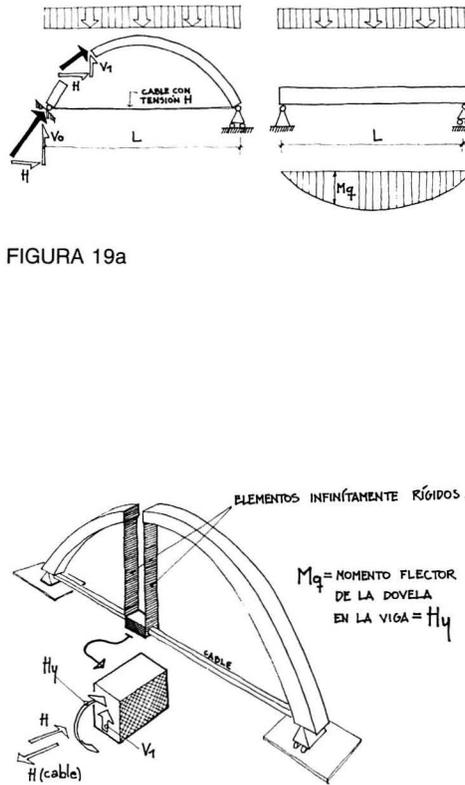


FIGURA 19a

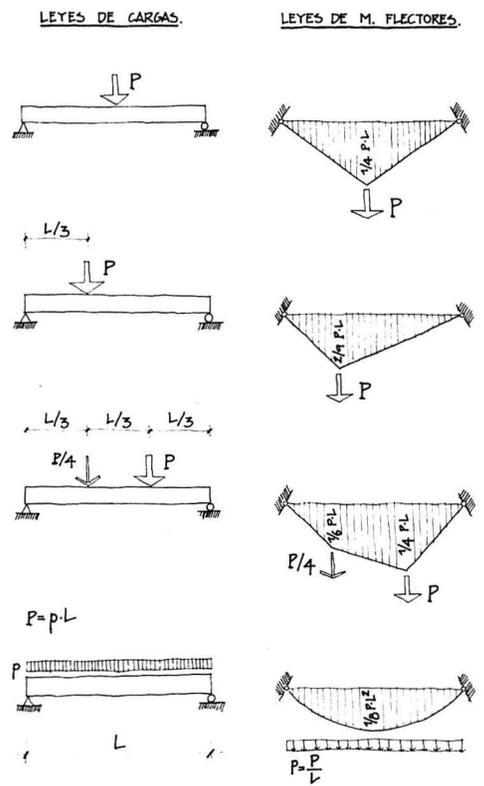


FIGURA 20

jos están de los mecanismos, y por lo tanto, las que menores deformaciones admiten ya que para ello han de deformarse más porciones de la estructura.

En definitiva: si lo que se pretende es evitar esfuerzos por las causas antes reseñadas, habrá que decidirse por estructuras isostáticas —arco triarticulado— y si lo que se desea es evitar movimientos demasiado grandes, habrá que decidirse por estructuras más hiperestáticas —arcos biarticulado y empotrado— (figura 21).

ALGUNAS CUESTIONES DE DISEÑO

Puentes en arco de sillería y la antifunicularidad

Vamos a hacer un recorrido por los puentes de sillería que han utilizado la piedra como material de construcción, para hacer después un comentario comparado de sus formas.

El puente de Alcántara (figura 22) (Al Kántara, en árabe: el puente), fue cons-

truido por Cayo Julio Lácer y dedicado al emperador Trajano. Se terminó en el año 104 d.C. con una altura de 57 metros sobre el cauce y una longitud total de 194 m. Tiene seis arcos de medio punto, el mayor de 28,80 m. de luz y el menor de 18 m., con una relación de anchos vano/pila de 3,5. En el centro tiene un arco honorífico y un pequeño templo en la margen izquierda.

El puente de Avignon (figura 23) (perteneciente a la orden monástica de los "Frères Pontifices") fue construido por San Bénézet (1177-1285) y estuvo constituido probablemente por un total de 21 arcos que salvaban una longitud de unos 900 m. De todos los arcos quedan solamente los 4 adyacentes a la ciudad de Avignon, después de las grandes crecidas y choques de bloques de hielo —nunca vistos— que se formaron en el Ródano durante el crudo invierno de 1670. Lo más significativo del aspecto estructural del puente es su planta quebrada —formando una flecha contracorriente— y el intradós de sus bóvedas formando arcos de tres centros.

El puente del Diablo en Martorell, (figura 24), tuvo un antecedente romano que duró hasta 1153, construyéndose posteriormente uno como el actual (1283-1290). Una leyenda indica que lo construyó el diablo en una sola noche para llevarse el cuerpo y alma de una mujer. Está constituido por un gran arco apuntado (ojival) de 37 m. de luz que sustituyó a dos menores de medio punto, cuya pila central, cimentada en arena, no pudo soportar la socavación provocada por la corriente.

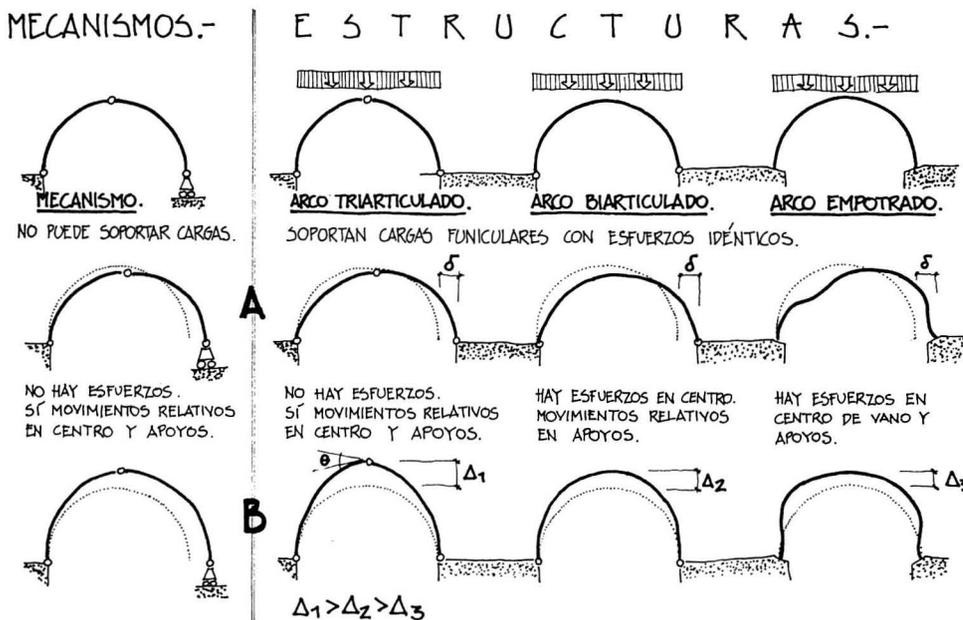


FIGURA 21

El puente Vecchio de Florencia (figura 25) cruza el río Arno y fue construido alrededor de 1345. Tiene un pasadizo superior que comunica el Palacio Vecchio y el Palacio Pitti, y sobre el que han construido sus tiendas los comerciantes joyeros (también se llamaba puente del Oro). Tiene tres arcos cuyo intradós lo constituyen segmentos circulares siendo la luz del vano central algo mayor que la de los laterales.

El puente de Santa Trinitá (figura 26), también en Florencia (1566-1569), es posiblemente uno de los puentes

más bellos del Renacimiento. Los arcos son muy rebajados con curvatura variable, creciente desde clave hacia arranques, hasta enlazar con las anchas pilas. Estas acaban justamente bajo el parapeto de peatones, que discurre así de un lado a otro del puente sin interrupción.

El puente de la Concordia (figura 27) fue la última gran obra de Jean Rudolphe Perronet (1787-1791). Perronet, fundador de L'Ecole de Ponts et Chaussées, fue el primero en comprender que los arcos de piedra pueden salvar luces con muy poco peralte, y que las pi-

las pueden ser muy esbeltas siempre que la directriz adoptada y el proceso constructivo elegido sean adecuados. El diseño primitivo del puente, preveía unos arcos con una relación luz/flecha de 11,20 ($l/f = 32,20/2,77 = 11,20$). Las autoridades del ministerio encargado se asustaron ante la audacia del maestro y le obligaron a aumentar el ancho de las pilas hasta 3,97 ($l/f = 8$). El cambio impuesto fue quizá positivo, ya que las pilas hubiesen parecido demasiado esbeltas y la imposta hubiese sofocado la vista de unos arcos tan esbeltos y estre-

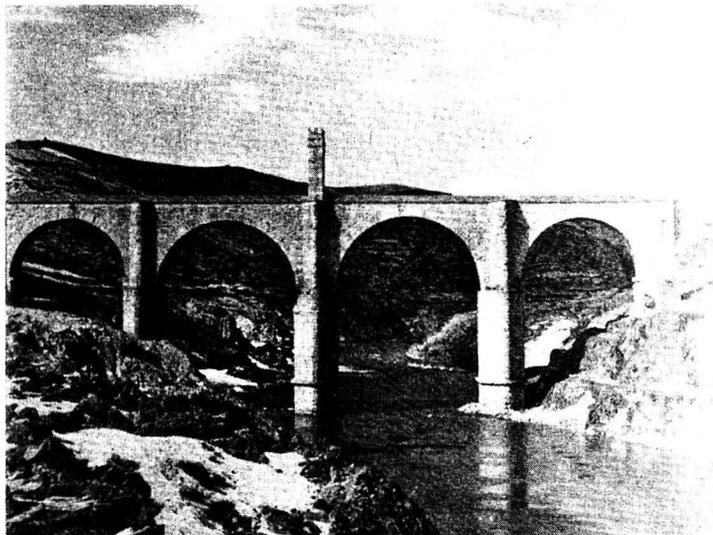


FIGURA 22

Puente de Alcántara.



FIGURA 23

Puente de Avignon.

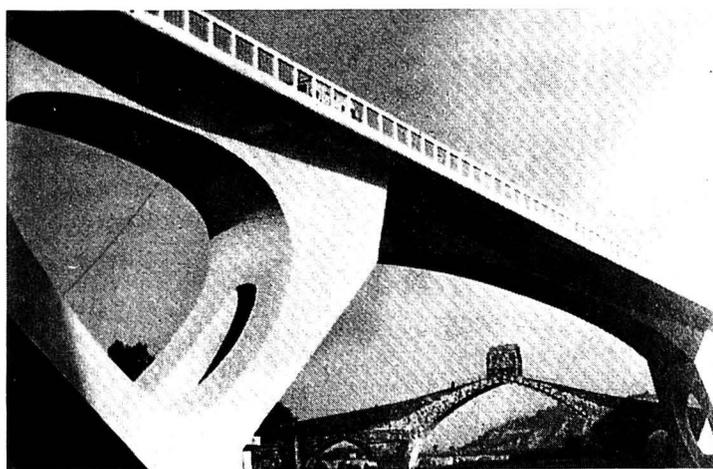


FIGURA 24

Puente del Diablo Martorell (al fondo).



FIGURA 25

Puente Vecchio Florencia.



FIGURA 26

Puente de Santa Trinitá. Florencia.



FIGURA 27

Puente de La Concordia. París (Perronet).

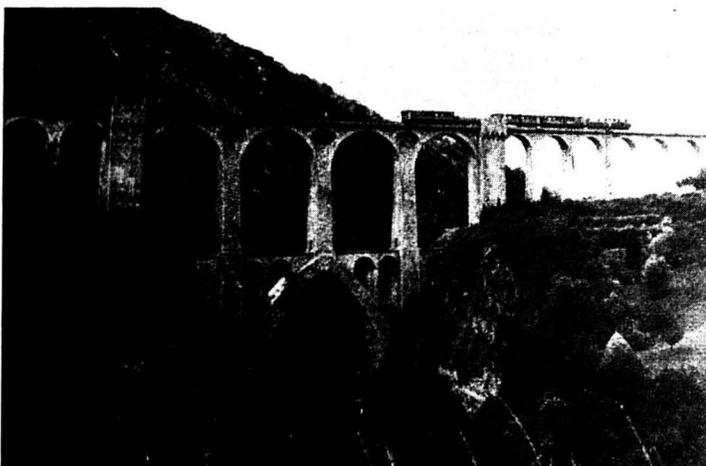


FIGURA 28 Viaducto de Fontpédrouse (Sejourné).



FIGURA 29 Puente Adolfo Luxemburgo (Sejourné).

chos. El puente tiene una ligera pendiente hacia los extremos (2 %), y fue el primero en el que se utilizó un parapeto abierto en vez de pretil macizo usual. Tiene el intradós de los arcos en forma de "Anse de Panier", que es una curva de varios centros.

El viaducto de Fontpédrouse (figura 28) fue diseñado por Sejourné (1851-1939). Este puente fue construido en el departamento francés de los Pirineos Orientales para una línea férrea, y constituye un hermoso ejemplo del empleo de la piedra de sillería para problemas

de antifunicularidad.

Sin embargo, su gran obra fue el **Puente Adolfo** (figura 29), levantado en Luxemburgo sobre el río Pétrusse en 1904. Incluye un gran arco de 84,65 m. de luz, absolutamente fuera del orden de magnitud habitual en puentes de sillería. Su intradós es un arco de 30 metros en arranques y de 53 metros en la zona central, organizado de modo y manera que este último corresponda a la totalidad de la bóveda exenta, mientras que los primeros se aplican tan sólo a los arranques macizos, materializados con espesos sillares averrugados. Tal planteamiento, de una gran calidad plástica, hace sospechar que su autor, a pesar

FIGURA 30

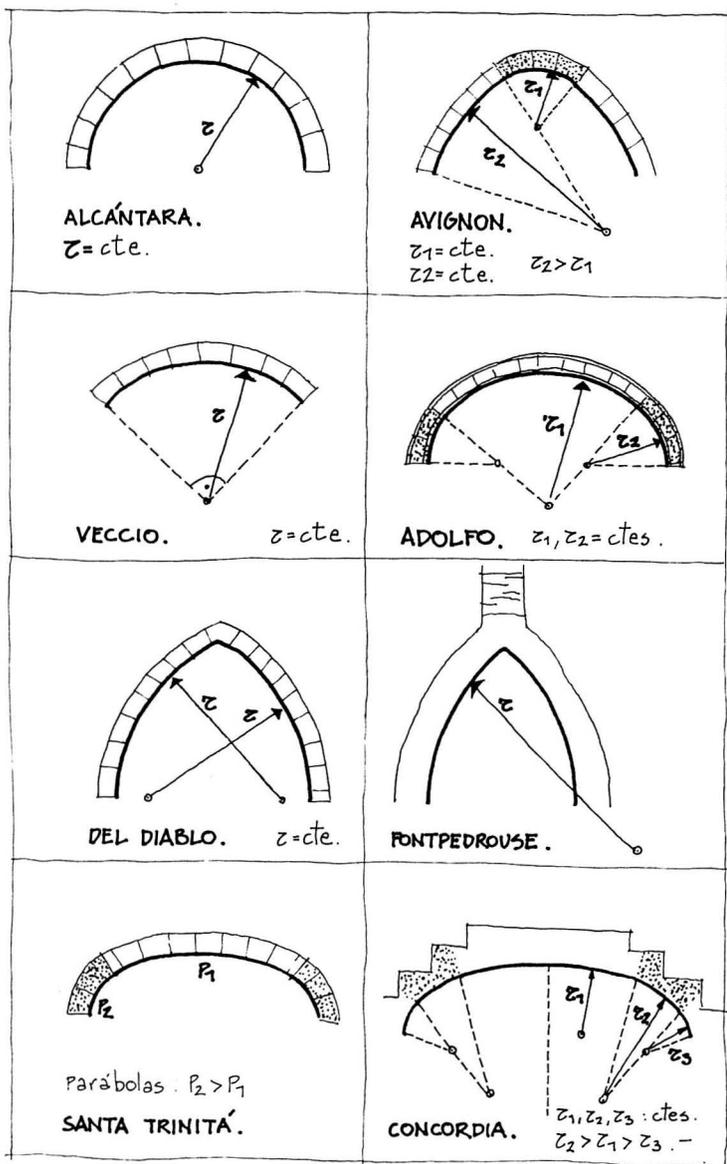
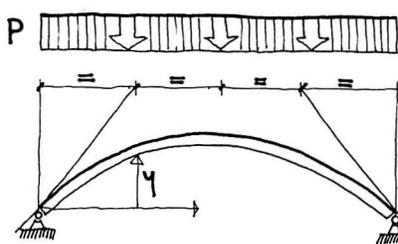


FIGURA 31

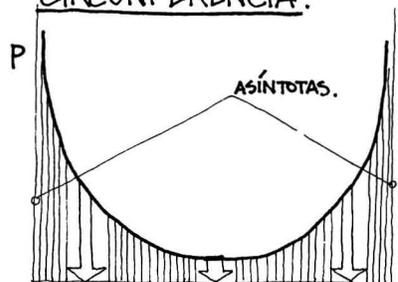
PARÁBOLA.



CARGA ANTIFUNICULAR.
 $P = H \cdot y'' = H \cdot 2a = \text{cte}$

FUNCIÓN:
 $y = ax^2 + bx + c$

CIRCUNFERENCIA.



CARGA ANTIFUNICULAR.
$$dP = \frac{y'''}{(1+y'^2)^{3/2}}$$

$$y''' = dP (1+y'^2)^{3/2}$$

y' AUMENTA HASTA VALER INFINITO EN LOS EXTREMOS, LUEGO y'' TAMBIÉN, PUES dP ES CONSTANTE.

$P = dP \cdot y''$
(∞ EN LOS EXTREMOS)

FUNCIÓN:
 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

del terreno límite que con su obra está pisando, se guía más por consideraciones de diseño que por optimizaciones mecánicas.

En las breves reseñas de arriba se indica el tipo de directriz de cada uno de los puentes, y en la figura 30 se esquemmatizan todas ellas. La cuestión sobre la que estamos, estriba en discernir cuál o cuáles de esos arcos se acomodan más al antifunicular de las cargas propias, cargas que son las de mayor influencia en los casos que nos ocupan. Pero, antes de continuar, conviene echar un vistazo a las cargas que tienen como curvas antifuniculares la parábola y el círculo (figura 31).

En el puente de Alcántara, como puede apreciarse en la figura 32, la forma del intradós exige unas cargas infinitas en los arranques, pues siendo H constante para conseguir hacerse vertical, precisa una componente vertical comparativamente mucho mayor y que el arco de herradura (figura 4) intenta conseguir con su peso mayor, en los arranques. Esto no ocurre y la forma del arco se suaviza en los extremos, dentro de las pilas que son muy anchas (figura 32c).

¿Qué ocurre, sin embargo para otras cargas? Dado que las fuerzas que son de gran magnitud —peso propio— son antifuniculares o casi, cualquier otro tipo de carga que conlleve tracciones o flexiones será insignificante respecto a aquéllas, de modo que la carga propia del puente actúa como un pretensado (figura 33).

Por otro lado, en el puente de Avignon (figura 34) se evita la carga infinita de los arranques, que aparecía en el

puente de Alcántara, pero la ley de curvaturas sigue una variación inversa a la de las cargas, lo que conlleva un comportamiento no antifunicular. La disposición constante de curvaturas adoptada ensancha el hueco para desaguar las riadas.

Y llegamos al puente del Diablo (figura 35) que es un caso extremo del puente de Avignon, aunque en este caso la carga concentrada en el centro puede querer ser la del quiebro, pero no parece que la caseta pueda representar suficiente peso para un quiebro de tal magnitud. La forma tampoco indica que en los laterales se haya buscado la antifunicularidad de las cargas, pues éstas son casi constantes y sugerirían más bien una curva parabólica.

Los casos siguientes van acercándose con mayor fidelidad a la directriz antifunicular, así el puente Vecchio (figura 36), que es un caso particular del puente de Alcántara, con la peculiaridad de que se evitan las cargas infinitas en los arranques, y de que las acciones antifuniculares que requiere se parecen mucho a las que posee. Y en el puente de Santa Trinitá (figura 37), la ley de cargas antifuniculares se asemeja mucho más a la que realmente posee, aumentando la curvatura donde se aplican fuerzas de mayor intensidad. En el caso del puente de la Concordia (figura 38), la variación de curvaturas, incremento hacia los apoyos, es ya plenamente consciente y se hace de forma suave y reflejando más las cargas que descansan sobre el arco.

En el viaducto de Fontpedrouse para llevar a las laderas la enorme carga de la pila central, se necesitarían dos jabalones como los de la figura 39a, pero debido al peso propio de los tornapuntas, éstos se deformarían como en 39b y para evitar esas tracciones se daría una contraflecha como efectivamente posee. Sin embargo, los quiebro debidos a los apoyos sobre los arcos de los muretes intermedios no aparecen reflejados en la forma del intradós, aunque esto tiene explicación en la simplicidad constructiva. (figura 40).

Algo similar ocurre en el bello puente Adolfo (figura 41), en el que la variación de curvaturas sigue la dirección apropiada, aunque no con la continuidad del caso del puente de la Concordia, seguramente debido a la gran luz que salva (185 m.) y la consiguiente dificultad de ejecución. Tampoco, y por idéntica razón, refleja la acometida de los tabiques que transmiten la carga desde el dintel superior. De cualquier modo, la adecuación a la forma antifunicular de las cargas es muy acertada, como corresponde a un arco de sillería, pero es que, además, el efecto estético es grandioso.

Tipos de apoyos de arcos

Para poder soportar un arco, el terreno ha de tener la capacidad portante necesaria; esto no suele dar graves problemas en lo que toca a la componente vertical, pero sí en lo que atañe al esfuerzo horizontal. Una de las formas de absorber las acciones del arco es, cuando ello es factible, **sujertarlo firmemente a**

FIGURA 32

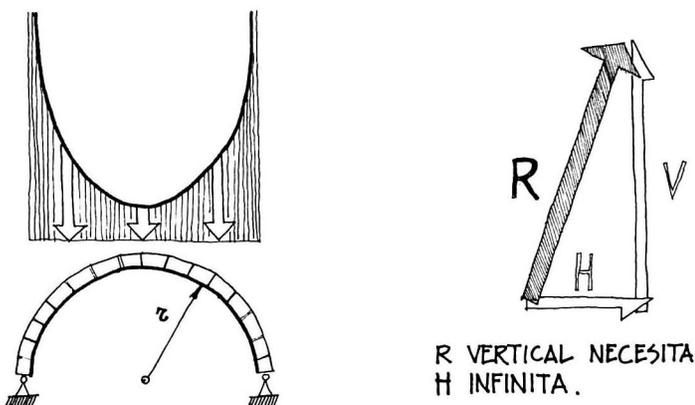
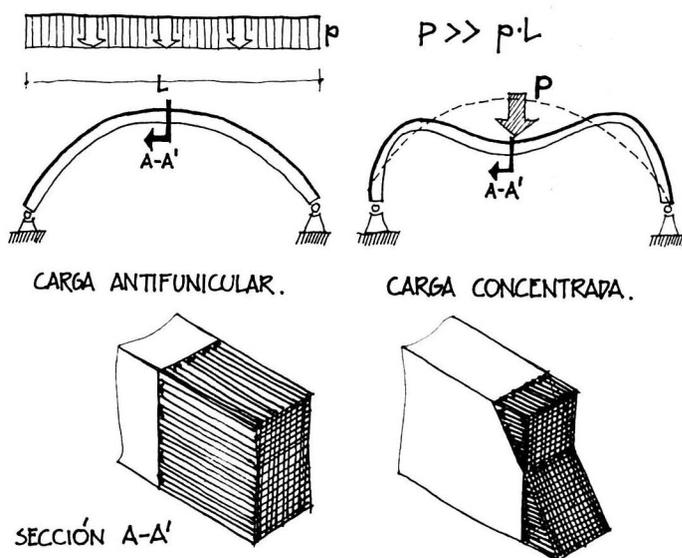
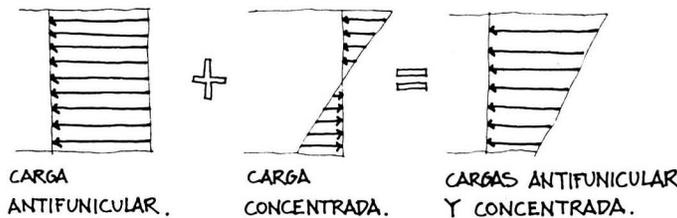
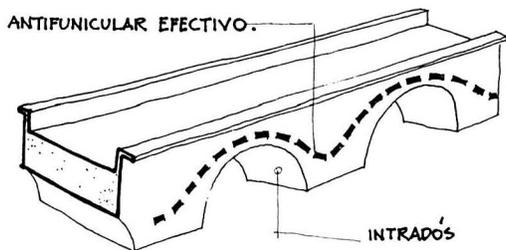


FIGURA 33



ANTIFUNICULAR EFECTIVO.



LEY DE CARGAS ASOCIADAS

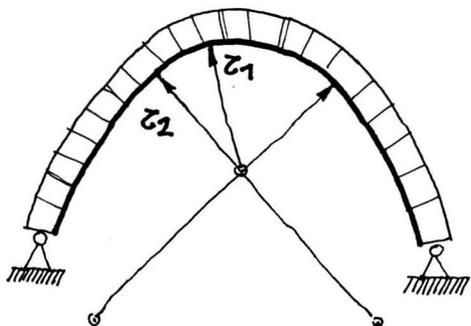
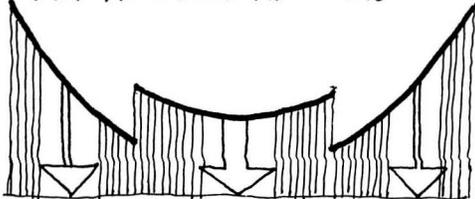


FIGURA 34

LEY DE CARGAS ASOCIADAS

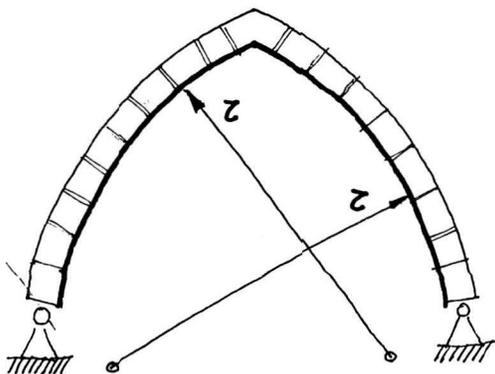


FIGURA 35

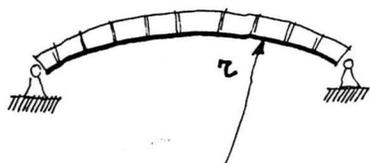


FIGURA 36

la roca; este es el caso del **arco empotrado** sobre el valle del Teufel en Jena (Sajonia), que salva 138 metros de luz con sólo 26 metros de flecha (figura 42). Se emplean 2 arcos gemelos muy esbeltos de 2 x 4 metros de sección (2,8 metros en arranque y 1,3 metros en clave), sobre los que se apoyan unos tabiques laminares muy esbeltos también y

que soportan el delgado tablero. Es uno de los puentes de autopista más bellos de la época, además de ser el de mayor luz. El 13 de junio de 1936 recibe la adjudicación la firma Grün & Bilfinger AG, mientras que Dischinger examina la seguridad frente al pandeo del arco, así como sus deformaciones instantáneas y diferidas. Las tensiones de compresión alcanzadas son de 89 Kp/cm.² en clave y de 65 Kp/cm.² en arranques.

Las cimentaciones se hacen sobre arenisca multicolor a la que se le supone una resistencia de 7 Kp/cm.² Pero al comenzar los trabajos, aparecen unas grietas previstas que deben rellenarse mediante una emulsión de cemento (50 kg. de cemento por 90 litros de agua) a fin de conservar la capacidad portante supuesta. Desde ambos extremos se construyen galerías de 20 m. con tramos transversales, continuando desde allí mediante orificios perforados de hasta 25 m. de longitud, a través de los cuales se inyecta el mortero a 20 atmósferas de presión. De este modo se erige la obra en el lugar previsto, a pesar de los malos augurios de los escépticos.

De octubre a diciembre de 1936 se arma el andamiaje de madera, compuesto por una serie de torres de 6 metros de espesor, 38 metros de altura y separadas 8 metros entre sí. Sobre estas torres se podía superponer otras estructuras y unos puntales, para acoplarse a la forma del puente (figura 42). El 7 de octubre de 1937 el andamiaje se desplaza lateralmente 11,75 metros para encimbrar el arco gemelo, operación que se realiza en 10 horas y en junio de 1938 se abre el puente al tránsito.

Otra forma de absorber el empuje lateral consiste en contrarrestarlo con el empuje de otro arco contiguo como es el caso del famoso puente de madera de Kintai (figura 43) que cruza el río Nishiki en el sur de Honshu (Japón). Los arcos se componen de vigas de madera que acaban sobre unas macizas pilas de piedra. Estos puentes de madera son muy tradicionales en Japón, y además de ser pintados de rojo, usualmente, **el camino sigue la curva de los arcos** y en las zonas más inclinadas las vigas transversales hacen también de escaleras (figura 43). Esta costumbre de acomodarse a la forma de los arcos la conservan los japoneses aún en puentes de vigas sobre varias luces, lo que indudablemente fuerza a experimentar el paso por el puente y a entrar en mayor contacto con el paisaje; no es nada extraño que esto sea así, pues la mentalidad oriental se adecúa a los fenómenos para tratar de resolverlos, como ocurre en las artes marciales, en vez de forzar su desaparición, como haría un occidental. Indudablemente, las fuerzas laterales en los extremos del puente, han de ser absorbidas por el terreno, pero éstas

CARGAS ASOCIADAS

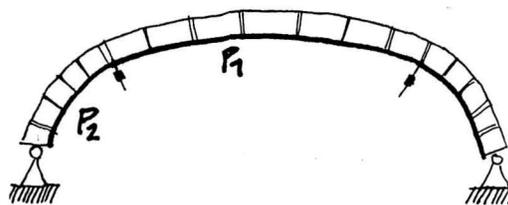
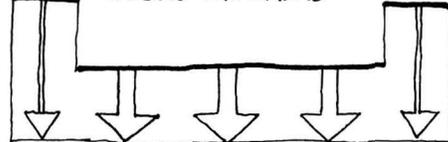


FIGURA 37

CARGAS ASOCIADAS

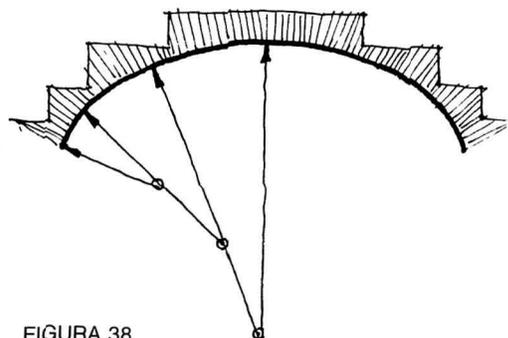


FIGURA 38

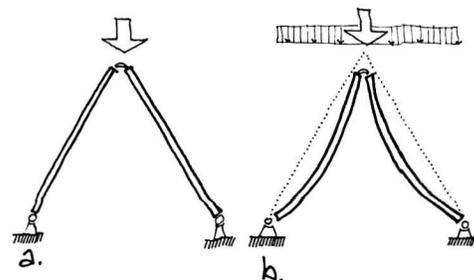


FIGURA 39

CARGAS ASOCIADAS

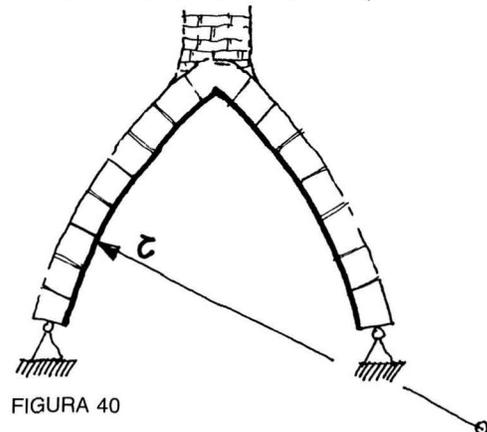
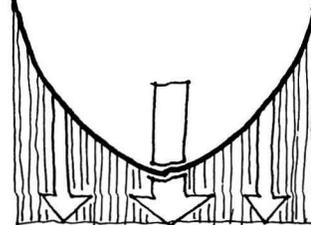


FIGURA 40

LEY DE CARGAS ASOCIADAS.

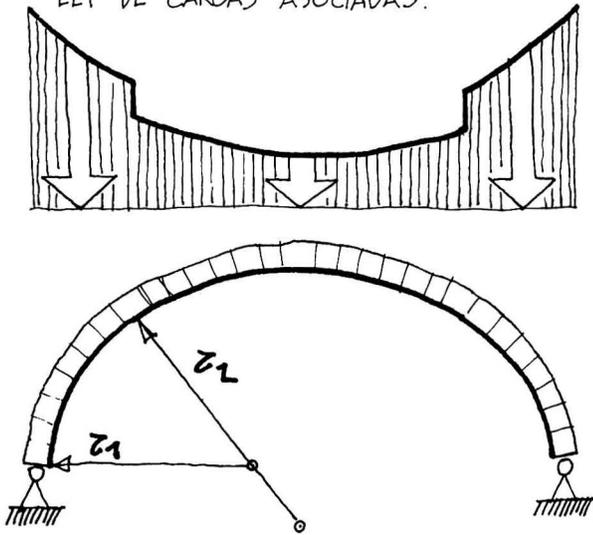


FIGURA 41



FIGURA 43

—a—



FIGURA 42



—b—

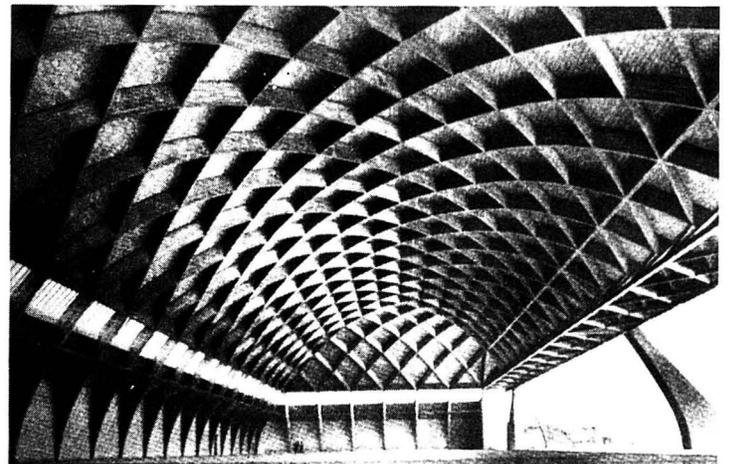


FIGURA 44

—a—

son más reducidas que las que se producirían en un arco que salvase toda la luz como el de Jena (figura 42). Las pilas del puente son demasiado gruesas y ello ha provocado, en puentes parecidos, la socavación de las pilas y posterior ruina de la estructura, ya que las riadas no encontraban cauce suficiente de desagüe.

Otro tipo de solución para los soportes de un arco, se patentiza en los hangares para aviones de Orvieto (figura 44a), diseñados por Nervi y que fueron destruidos durante la última guerra. La superficie libre de los hangares tenía

unas dimensiones de 111,50 x 44,80 m., y la pared abierta sobre uno de los lados mayores tiene una altura mínima de 8 metros. En este mismo lado existe un sólo apoyo intermedio al que se transmiten las cargas del vano de 50 m. por medio de una viga perimetral y de la propia lámina, que al tener ésta mayor rigidez que la viga absorbe las tensiones inclinadas, mientras que aquélla hace la función de un puntal (figura 44b). Los pilares siguen la dirección de las fuerzas de la cubierta (figuras 44c, d) y existen unos brazos que se extienden a lo largo de los pilares frontales extremos, cuya función es soportar los portos-

nes cuando están abiertos y, por otro lado, sujetar los empujes de la viga de borde.

Por último, y dado que el esfuerzo horizontal es constante a todo lo largo del arco, e igual por tanto en los dos extremos, se puede autoequilibrar mediante un tirante. Esta solución que permite salvar grandes luces con poca profundidad de valle, como ocurre en países llanos y en los que además no suele existir buen terreno de cimentación, es la adoptada en uno de los puentes del Twenthe Canal de Holanda (figura 45), donde la luz salvada es de 67 m. con una flecha de 13 m. Como se puede

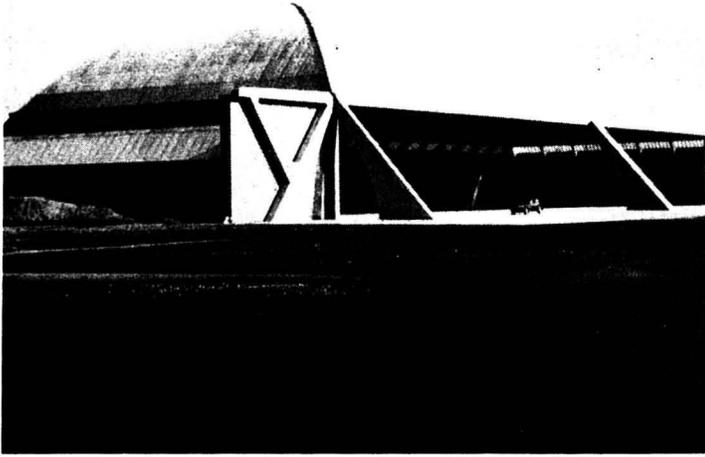
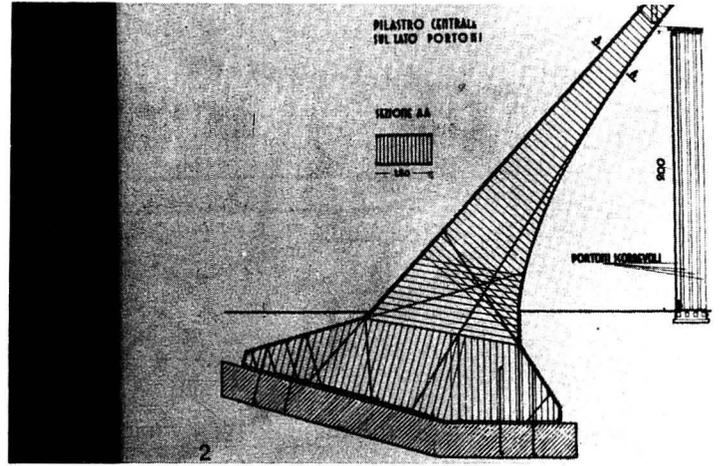


FIGURA 44



-b- FIGURA 44

-d-

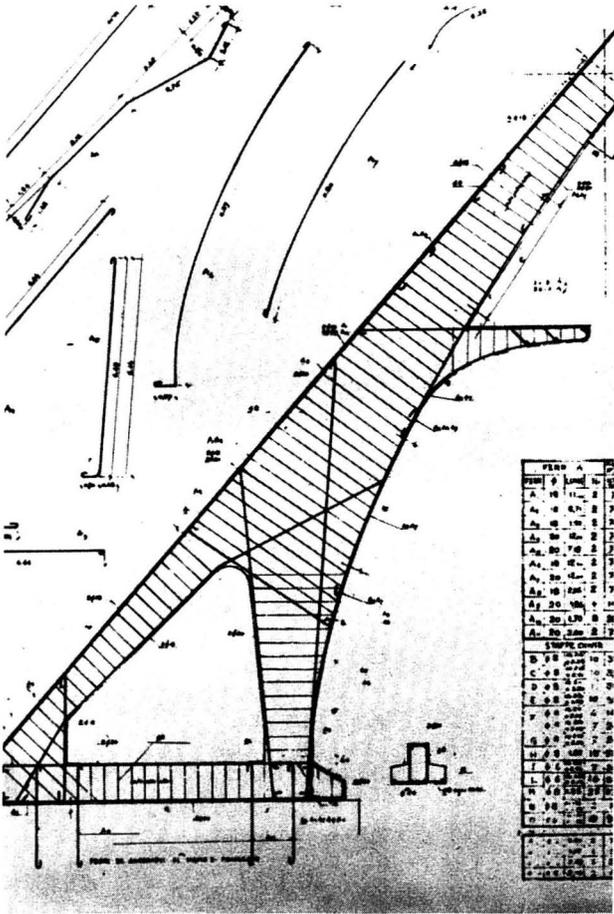


FIGURA 44

-c-

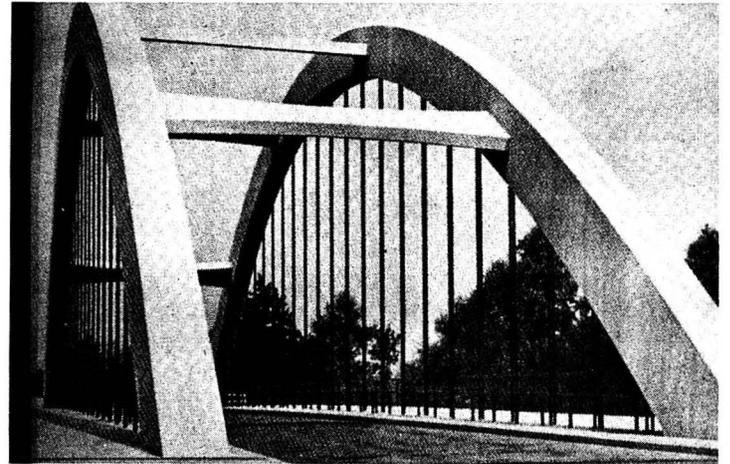


FIGURA 45

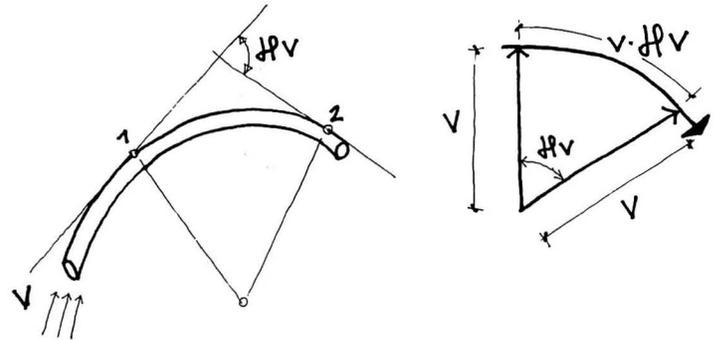
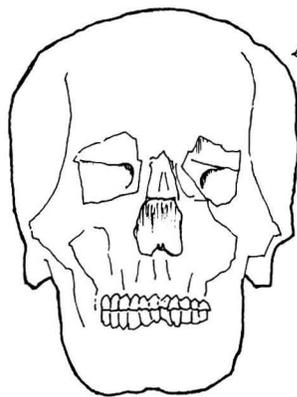


FIGURA 46



HOMBRE ACTUAL



HOMBRE NEANDERTHAL
(LA CHAPELLE-AUX-SAINTS)

FIGURA 47a

observar existen dos arcos gemelos exteriores de los que cuelga el tablero mediante péndolas verticales; los dos arcos están separados 8 metros y arriostados mediante elementos horizontales que aumentan de espesor al acercarse a aquéllos y que consiguen un agradable efecto estético, cosa nada fácil en este tipo de elementos.

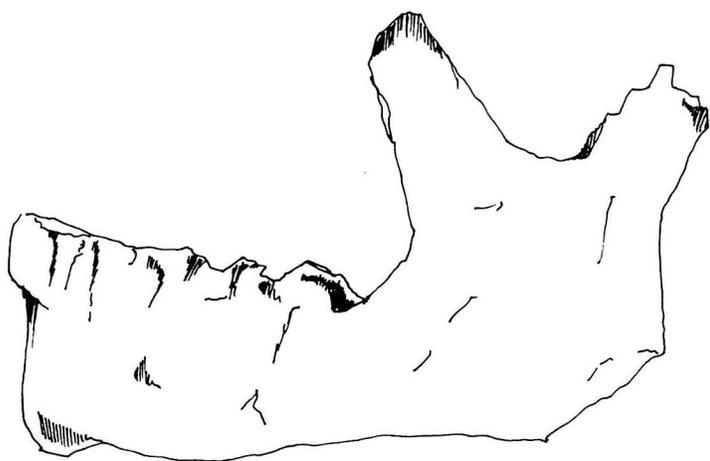
Dos tipos de arco especiales

El que la curvatura sea proporcional a la carga es algo que ocurre también cuando una tubería con agua en circula-

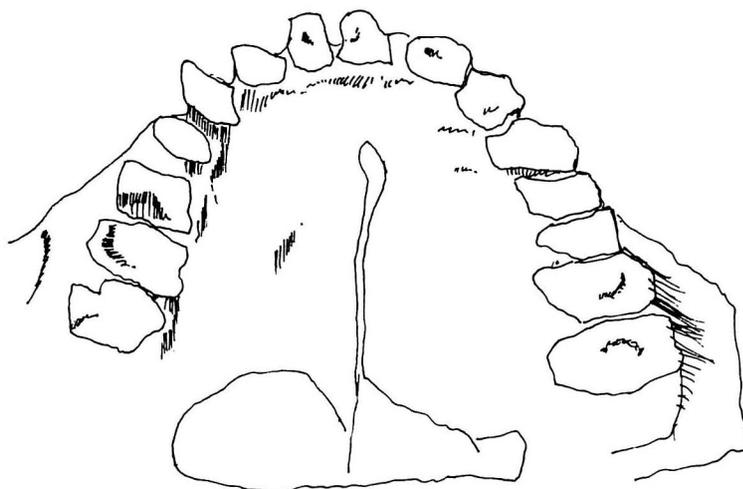
ción toma otra dirección. Cambiar la dirección de la velocidad del agua se consigue mediante lo que viene llamándose fuerza centrípeta (figura 46) **A mayor fuerza centrípeta (aceleración) mayor curvatura de la tubería o lo que es igual: menor radio del codo.**

Otro ejemplo interesante es el paladar del hombre de Neandertale (figura 47). Su régimen alimenticio era sobre todo vegetariano y más que masticar trituraba los alimentos entre los dientes mediante movimientos laterales y de ade-

lantamiento del maxilar inferior sobre el superior. Todo esto, junto con la poca limpieza de lo que comía, que por lo general iba mezclado con tierra, hacía que el desgaste de los dientes fuese muy grande y de hecho todas sus piezas dentales tenían la misma altura. Consecuencia de todo ello, **es el escaso o nulo apoyo lateral que le proporcionaban los dientes, de lo que se seguía un paladar casi plano, sobre todo en la parte anterior.**



PERFIL DE LA MANDÍBULA INFERIOR DEL HOMBRE DE LA FERRASSIE.



PALADAR Y DENTICIÓN SUPERIOR DE UN CRANEO MASCULINO DEL FERRASSIE .

FIGURA 47

Quiero manifestar mi agradecimiento a:

- Arturo Santamaría
- Juan José Arenas
- Julián Díaz del Valle
- Domingo Lorenzo.

Por su colaboración en este artículo.

BIBLIOGRAFIA

1. "Razón y ser de los tipos estructurales". E. Torroja. Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y del Cemento. Madrid.
2. "A.J. Handbook of Building Structure". Allan Hodgkinson The Architectural Press.
3. "Diseño Estructural". Roberto Melli Piralla. Ed. Limusa. México.
4. "Structures". Daniel L. Schodek. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. N.J.
5. "Structure in Architecture; The building of buildings". M. Salvadori & R. Heller. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. N.J.

6. "Structural design in Architecture". M. Salvadori and M. Levy. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs. N.J.
7. "Structure or why Things Dont Fall Down". J.E. Gordon. Penguin Books Ltd. Harmondsworth, Middlesex. England.
8. "Esthetique des ponts/Estética de los puentes". (Bilingüe francés-español). Fritz Leonhardt. Presses Polytechniques Romandes. Laussane. Suisse.
9. "Ponts Haubanés". René Walther et al. Presses Polytechniques Romandes. Laussane, Suisse.
10. "El Puente, pieza esencial del mundo humanizado". Una reflexión sobre la historia, las técnicas y los aspectos sociales de la construcción de puentes. J.J. Arenas. Universidad de Santander.
11. "Filosofía de las Estructuras". Félix Cardellach. Editores Técnicos Asociados.
12. "Historia de la Construcción". Tineo y Marquet. Montesinos.
13. "Atlas de Arquitectura" (2 tomos). Muller y Vogel. Alianza Editorial Universidad.

14. "The world Atlas of Architecture". Ed. Christine Flon. Mitchel Beazley Publishers 1984.
15. "Graphic History of Architecture". John Mansbridge. Batsford Ltd. 1967.
16. "Puentes. Ejemplos Internacionales". Hans Wittfoht. Gustavo Gili 1975.
17. "Sistemas de Estructuras". Heinrich Engel. Blume 1970.
18. "Visión y Diseño". Roger Fry. Ediciones Paidós 1988.
19. "Landmarks in Civil Engineering". Daniel Schodek.
20. "Algunos Ensayos sobre Técnica Edificatoria". Buenaventura Bassegoda Musté. Universidad Politécnica de Barcelona 1974.
21. "Quaderns d'Arquitectura i Urbanisme". Números 171, 172 y 173. Librería Internacional. Barcelona.
22. "Developements in structural form". Rowlan J. Mainslone. Allan Lane - Penguin Books Ltd. 1983.